unioeste
Universidade Estadual do Oeste do Paraná

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

COLEGIADO DE MATEMÁTICA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

UNIOESTE- *CAMPUS* DE CASCAVEL

GABRIELLA ALBUQUERQUE DIAS

NEVIR SILVA PASQUALI

RICARDO MONDINI FERRAZZA

THAIS DE SOUZA

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

CASCAVEL

2023

GABRIELLA ALBUQUERQUE DIAS

NEVIR SILVA PASQUALI

RICARDO MONDINI FERRAZZA

THAIS DE SOUZA

METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:

ESTÁGIO SUPERVISIONADO I

PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina para aprovação. Orientadora: Profª. Arleni Elise Sella Langer.

CASCAVEL

2023

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho possui o objetivo de relatar as atividades desenvolvidas na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática - Estágio Supervisionado I, oferecida pela professora Me. Arleni Elise Sella Langer no terceiro ano do curso de Licenciatura em Matemática da Unioeste – Universidade Estadual do Oeste do Paraná que se localiza na Rua Universitária, número 2069, bairro Jardim Universitário, no município de Cascavel-PR.

Ele é composto inicialmente com a descrição do que é o Promat – Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um enfoque à Área de Matemática, e posteriormente por um estudo/relato intitulado “Uso de tecnologias em sala de aula: um relato sobre o ensino de funções” no qual trazemos um pouco sobre essa perspectiva de ensino, seguida do relato de uma das atividades desenvolvidas no encontro em que trabalhamos sobre tema do artigo. Também estarão presentes neste trabalho, os planos de aula de cada um dos dez encontros do Promat, seguidos dos relatórios que descrevem o que aconteceu durante as respectivas aulas; na sequência estão materiais entregues aos alunos. Nosso público-alvo, era formado por alunos da rede pública de ensino, particularmente estudantes do Ensino Médio que pretendiam realizar a prova do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM.

Para o planejamento das aulas, usamos metodologias como a Resolução de Problemas, Investigação Matemática e Tecnologias em Educação Matemática. Utilizamos também materiais lúdicos e jogos, pois podem contribuir para o desenvolvimento do conhecimento dos alunos e para que consigam ter uma perspectiva da matemática, diferente de uma aula convencional. Buscamos também trabalhar em grupos, para que houvesse diálogo, interação entre eles e troca de saberes. Um dos materiais que mais utilizamos foi o *GeoGebra*, um *software* com vários recursos matemáticos, principalmente área, gráficos e geometria. Os problemas e exercícios trazidos em aula e entregues em listas foram retirados de edições anteriores do ENEM, e vestibulares, com o intuito de familiarizar os estudantes com esses formatos de questões.

2. Promat

O Projeto Promat – Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um enfoque à Área de Matemática, é um projeto oferecido pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, habitualmente desenvolvido pelo Colegiado do Curso de Licenciatura plena em Matemática, no *campus* de Cascavel. Ele tem como principal público-alvo estudantes do Ensino Médio da rede pública de ensino que pretendem realizar as provas do ENEM e vestibulares visando ingressar em um curso superior.

Esse projeto ocorreu nas dependências da Unioeste uma vez por semestre letivo, sendo executado pelos estudantes das disciplinas de Metodologia e Prática de Ensino – Estágio supervisionado I e Metodologia e Prática de Ensino – Estágio supervisionado II. No curso proposto pelo Projeto são abordados diversos temas matemáticos do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, e durante os encontros são realizadas diversas questões de edições de vestibulares anteriores e do ENEM. Geralmente cada edição do Promat é constituída por dez encontros presenciais em que alunos das disciplinas citadas acima lecionam e compartilham experiências com os estudantes inscritos.

Todas as atividades propostas no decorrer dos encontros foram organizadas pelo grupo responsável, com a orientação e supervisão de um professor orientador. Estas atividades se pautaram nos conteúdos abordados em cada encontro, seguindo metodologias apropriadas para o ensino, como definições e exemplos retirados de livros didáticos, artigos de educação matemática, entre outros. Também foram utilizados materiais produzidos pelos próprios ministrantes do Curso de Matemática como jogos educativos e materiais de apoio. Outra ferramenta utilizada foi o emprego de tecnologias na sala de aula com o intuito de dinamizar as aulas e facilitar o ensino.

3. USO DE TECNOLOGIAS EM SALA DE AULA: UM RELATO SOBRE O ENSINO DE FUNÇÕES.

Gabriella Albuquerque Dias[1]
Dias_Gabi03@outlook.com

Nevir Silva Pasquali[1]
nevirsilvapasquali01@gmail.com

Ricardo Mondini Ferrazza[1]
ricardoferrazza7@gmail.com

Thais de Souza[1]
thaissouza38@hotmail.com

Resumo: O uso da tecnologia vem crescendo constantemente entre os adolescentes, a mesma traz consigo malefícios e benefícios, entre os benefícios está o uso da mesma para fins estudantis assim, esse trabalho tem como objetivo apresentar tópicos relacionados a tecnologias e o seu uso em sala de aula, a partir da experiência dos acadêmicos com o Promat, relacionando a pesquisa de autores como Sá e Machado (2017) sobre o assunto com a experiencia vivida,

Palavras-chave: Gamificação[2]; *GeoGebra*; Tecnologias.

3.1 INTRODUÇÃO

Durante o Projeto de Ensino institucional do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática, Promat, que visa atender alunos da rede pública estadual de ensino, os participantes foram divididos em três turmas. Cada turma era atendida em todos os dez encontros pelo mesmo grupo de estagiários. Nos encontros as atividades foram direcionadas aos estudantes que buscavam acesso aos cursos superiores, sendo ofertados conteúdos de matemática da Educação Básica exigidos nos concursos vestibulares da Unioeste, no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM e em outros processos seletivos, na forma de “Curso Preparatório de Matemática”, objetivando a apropriação de determinados conteúdos, conceitos e estruturas matemáticas. Tem, habitualmente a duração de um (01) ano letivo, com dois

[1] Acadêmicos de graduação, Matemática, CCET- Unioeste Cascavel.
[2] Gamificação: Do inglês *gamification*, é o uso de mecânicas e características de jogos para engajar, motivar comportamentos e facilitar o aprendizado de pessoas em situações reais, tornando conteúdos densos em materiais mais acessíveis, normalmente não associado a jogos

processos seletivos distintos. O projeto é desenvolvido pelos alunos do Curso de Matemática da instituição.

No decorrer do ano de 2022 nosso grupo utilizou algumas tecnologias no Promat para ensinar de maneira mais clara, dinâmica e divertida(lúdica), alguns conceitos matemáticos. Neste período recorremos ao uso de *softwares* como o *GeoGebra* e *Kahoot* cujos objetivos são respectivamente construção dinâmica para todos os níveis que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único motor e uma plataforma de aprendizagem que visa engajar alunos e profissionais da educação por meio de dinâmicas de jogos e questionários.

As aulas em que realizamos o uso de tecnologias para o ensino de matemática foram as que notamos o maior interesse e empolgação por parte dos alunos, com resultados satisfatórios. Mas, como se reconhece a estrutura das escolas públicas de ensino não é adequada, pois além de uma infraestrutura decadente algumas não tem ao menos energia elétrica, quem dera computadores com acesso à rede e velocidade suficiente.

3.2 A EXPERIÊNCIA EM SALA DE AULA

O uso das tecnologias na sala de aula, hoje em dia, é um assunto bastante discutido tendo em vista que passamos por um período no qual as aulas foram ministradas totalmente *online*. Percebe-se que a tecnologia, além de fazer parte do cotidiano das pessoas, também está fazendo parte das salas de aula, seja com o uso do Projetor, da TV, do *notebook*, do celular, entre outros. Entretanto, algumas dificuldades são encontradas nas escolas quanto a este uso, seja pela falta de um laboratório de informática, ou de recursos como internet de qualidade que possam ser utilizados pelos professores e, muitas vezes, até a falta de formação para que os educadores possam usufruir desses recursos em suas aulas. Para Sá e Machado,

> [...] o uso das tecnologias na sala de aula vem se tornando uma ferramenta de grande importância, pois consegue auxiliar tanto o professor quanto o aluno na explicação e na compreensão dos conteúdos. Com a tecnologia na aula os alunos sentem-se mais motivados a aprender e a partir disso o docente consegue ensinar de forma mais dinâmica e criativa (SÁ; MACHADO, 2017, p. 1).

Mas será que o uso desse recurso didático nas aulas leva os alunos a aprenderem o conteúdo de uma forma dinâmica e proveitosa? Ao decorrer do curso do Promat utilizamos essa ferramenta em sala de aula. Para Ferreira, Campos e

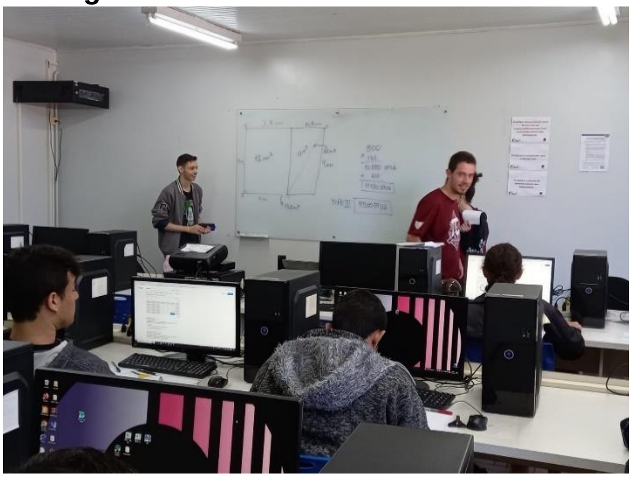
Wodewotzki (2013, p. 163) “a tecnologia é essencial no processo de visualização, e ela, por sua vez, ocupa um papel pedagógico fundamental na compreensão de conteúdos matemáticos”.

Ao utilizarmos o *software GeoGebra* no Promat, trabalhamos, especialmente, com as funções que são de difícil visualização e o *software* facilita. Em uma das atividades com os alunos, entregamos a eles uma folha impressa com algumas funções sendo funções afim, funções de segundo grau, funções modulares, funções logarítmica e exponencial. Passamos os comandos básicos de uso do ***software*** e os deixamos livres para que explorassem as funções.

Ao explorar eles ficavam surpreendidos por exemplo com a função modular, na qual ao trocar o sinal dentro do módulo não havia mudança no gráfico, mas que ao mudar o sinal fora do módulo, o gráfico se espelhava ao lado negativo do plano cartesiano.

Consideramos que a citação acima, que sustenta que a tecnologia é essencial para a visualização é totalmente válida, pois percebemos pela expressão e respostas na atividade trabalhada na sequência com os alunos.

Figura 1: uso do laboratório no Promat.



Fonte: acervo dos autores.

A imagem acima refere-se ao dia em que foi trabalhado o conteúdo de geometria plana com os alunos, utilizando do *software GeoGebra.* Notamos que a atenção dos alunos na aula foi muito maior ao utilizarmos o laboratório de informática, pois eles podiam manipular o programa como quisessem, bem como perceberam como a matemática funciona na prática. Similarmente aplicamos o uso do laboratório em outros conteúdos, sendo estes geometria plana e funções.

Além do *GeoGebra*, fizemos uso do *Kahoot,* um aplicativo em que é possível a criação de questionários, os quais os alunos podem acessar pelo celular em qualquer ambiente. Assim fizemos uso da gamificação, uma metodologia que permite o uso de jogos (virtuais ou presenciais) para a transmissão de conhecimento. Por se tratar de uma forma mais “descontraída”, gera envolvimento por parte dos alunos. Os *softwares* educativos podem proporcionar aos professores construções exatas e por meio da visualização favorecer o alcance dos objetivos favorecendo a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Ainda sobre esse tema da inserção da tecnologia em aulas de matemática, Lima (2009) afirma que, ao considerar as possibilidades de ensino com o computador, o que pretende destacar é a dinamicidade desse instrumento que pode ser utilizado para que os alunos trabalhem como se fossem pesquisadores, investigando os problemas matemáticos propostos pelo professor construindo soluções ao invés de esperarem um modelo a ser seguido.

A partir da prática vivenciada, o que se percebeu foi a importância do estudo das tecnologias no ensino do componente curricular Matemática, uma vez que, existem muitos obstáculos que impedem os professores de usarem os recursos tecnológicos, dentre eles é a ausência de formação específica além do fato de a escola não disponibilizar laboratório de Informática com tecnologias recentes. Temos ainda as escolas públicas geralmente com péssima infraestrutura, redes muito lentas o que torna realmente inviável a produção de aulas com recursos tecnológicos.

Devido a restrição dos professores em fazer uso das tecnologias podemos deduzir alguns motivos pelos quais se têm esse medo, dentre eles a falta de interesse dos alunos, o que consequentemente fará com que eles mudem o foco e se distraiam; ainda devemos destacar que a formação docente não é uma formação voltada ao uso de tecnologias, ficando limitada a um ensino tradicional.

3.3 CONCLUSÃO

O uso de *softwares* educativos proporciona aos alunos uma melhor visualização do conteúdo abordado, como o trabalho realizado com os nossos alunos no Promat. Essa experiência nos levou a pensar e refletir sobre o que está sendo trabalhado naquele momento, como se oportuniza sair do abstrato, o que pode fazer com que o aluno tire suas próprias conclusões sobre o conteúdo explorado e que aprenda a investigar padrões, regularidades, a pensar e não espere que o professor diga o que se deve ter feito. Essa, como uma das metodologias ativas, chegou para que se pudesse repensar a forma tradicional de dar aula. Talvez, por meio da gamificação, que é uma metodologia ativa, o aluno tenha a oportunidade de aprender de forma participativa e lúdica e o professor não seja mais o centro do processo de ensino e aprendizagem, e sim o aluno.

3.4 REFERÊNCIAS

CAMPOS, C. R.; JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; FERREIRA, D. H. L. Educação estatística no contexto da Educação crítica. Revista **Bolema**, v. 24, nº 39, p. 473- 494, ago. 2011

LIMA, L. F. Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91076/lima_lf_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 03 fev. 2023.

SÁ, A. L.; MACHADO, M. C.. O uso do software GeoGebra no estudo de funções. XIV EVIDOSOL e XI CILTEC online. **Anais** [...], junho 2017.

4. CRONOGRAMA

Tabela 1: cronograma.

Encontro	Data	Conteúdos
1	08/10/2022	Frações; Razão e proporção; Operações com números decimais.
2	15/10/2022	Operações com números decimais Radicais e racionalização; Equações.
3	22/10/2022	Equações; Sistemas; Função Afim
4	29/10/2022	Funções
5	05/11/2022	Geometria plana
6	12/11/2022	Geometria plana; Geometria espacial
7	19/11/2022	Geometria espacial
8	26/11/2022	Probabilidade; Análise combinatória
9	03/12/2022	Estatística
10	10/12/2022	Oficinas lúdicas

5. ENCONTRO 1.

5.1 PLANO DO ENCONTRO 1 – 08/10/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Frações; razão e proporção; operações com números decimais.

Objetivo geral: Efetuar operações com números racionais e irracionais.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados objetiva-se:

- Interpretar o inteiro e suas partes;
- Relacionar frações com proporções;
- Identificar e interpretar dados nas questões com gráficos;
- Relacionar frações e decimais e suas representações;
- Efetuar operações com frações e números decimais.

Conhecimento prévios: Operações básicas.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Triminó; Quebra-cabeça; Multimídia; *Microsoft PowerPoint.*

Encaminhamento metodológico:

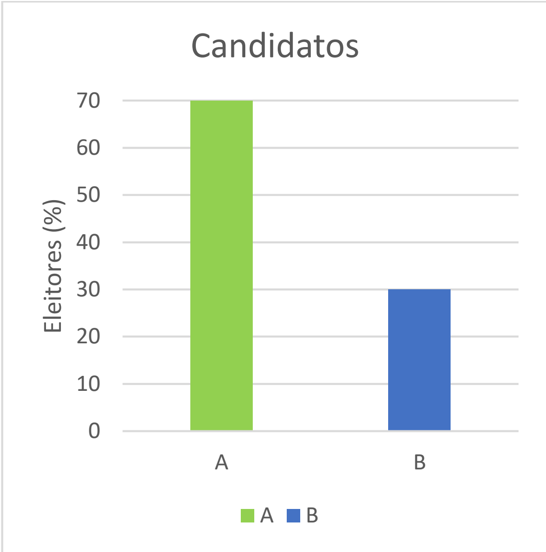
A aula será iniciada sob uma dinâmica entre alunos e estagiários para que seja realizada a socialização. Ela funcionará utilizando um jogo de quebra-cabeças do qual serão entregues peças para cada participante. Cada peça terá uma pergunta ou a resposta desta pergunta, assim os alunos deverão procurar seus pares. Com o auxílio dos estagiários para que seja realizada a interação, após reunir as peças, os pares deverão ter uma breve conversa e posteriormente apresentar seu par para a sala. Nessa breve conversa os alunos podem perguntar: nome, idade, de que cidade o colega vem, etc.

(30 minutos)

Começaremos a aula entregando cópias impressas com o problema abaixo para que os alunos resolvam. E após ele, explorar o conteúdo corrigindo a questão no quadro.

(ENEM 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

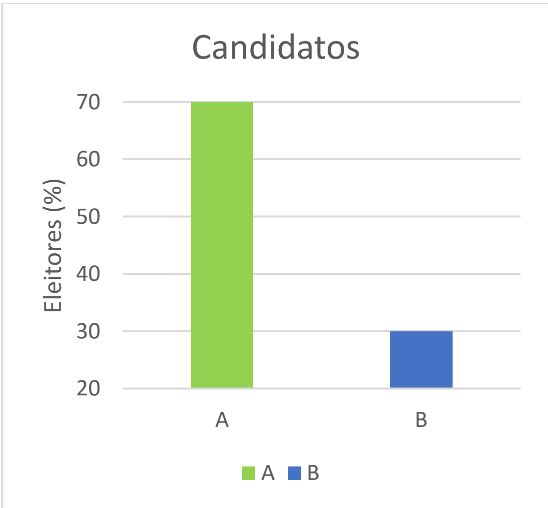
Gráfico 1: porcentagem 1.



Fonte: INEP.

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.

Gráfico 2: porcentagem 2.



Fonte: INEP.

Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos eleitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

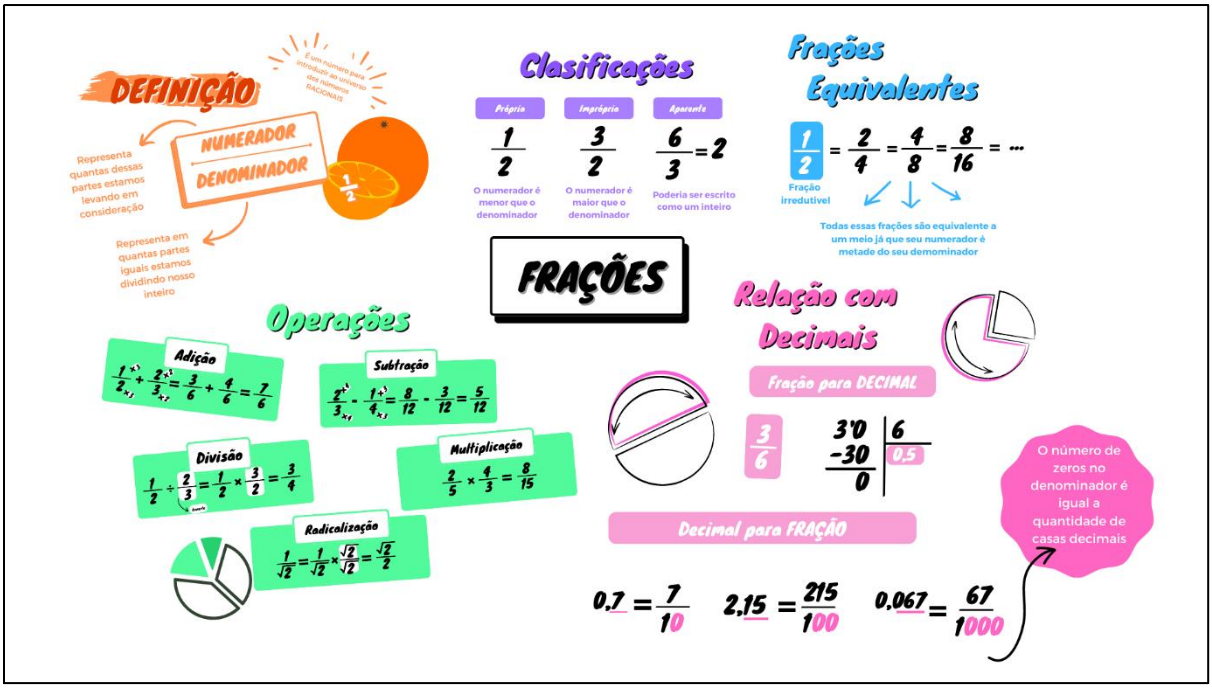
A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é qual?

R:Gráfico 1 R=$\frac{3}{7}$. Gráfico 2 R=$\frac{1}{5}$. A diferença é dada por: $\frac{3}{7}-\frac{1}{5}=\frac{15}{35}-\frac{7}{35}=\frac{8}{35}$

(25 minutos)

Dentro desta correção será realizada uma breve introdução ao conteúdo de fração e para o auxílio será feito uso de um mapa mental apresentado por meio de lâminas e entregue impresso aos alunos. Serão abordadas operações com frações, tipos de frações (fração própria, imprópria, aparente e mista) e equivalência de fração.

Figura 2: mapa mental de frações.



Fonte: https://no.descomplica.com.br/fracoes.

(5 minutos)

Operação com frações:

Serão apresentadas no quadro de giz, maneiras de realizar a resolução de operações envolvendo frações, tanto utilizando o Mínimo Múltiplo Comum como frações equivalentes e cálculo geométrico. Para isso será aplicado alguns exemplos, sendo eles:

a) $\frac{1}{6}+\frac{4}{6}=\frac{5}{6}$

b) $\frac{8}{9}+\frac{3}{9}=\frac{11}{9}$

c) $\frac{4}{7}+\frac{3}{7}=\frac{7}{7}=1$

d) $\frac{1}{4}+\frac{2}{7}+\frac{3}{8}=\frac{3\times1+2\times1}{6}=\frac{5}{6}$

e) $\frac{1}{4}+\frac{2}{7}+\frac{3}{8}=\frac{14\times1+8\times2+7\times3}{56}=\frac{51}{56}$

f) $\frac{7}{6}-\frac{3}{6}=\frac{4}{6}$

g) $3-\frac{2}{7}+\frac{5}{70}=\frac{210}{70}-\frac{20}{70}+\frac{5}{70}=\frac{195}{70}=\frac{39}{14}$

h) $\frac{5}{4}-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=\frac{5}{4}-\frac{2}{4}-\frac{2}{3}=\frac{3\times3-4\times2}{12}=\frac{1}{12}$

i) $\frac{2}{4}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

j) $\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}=\frac{21}{20}$

k) $\frac{\frac{8}{6}}{\frac{2}{3}}=\frac{8}{6}\times\frac{3}{2}=\frac{24}{12}=2$

l) $\frac{\frac{7}{4}}{\frac{2}{9}}-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}\times\frac{9}{2}-\frac{1}{4}=\frac{63}{8}-\frac{1}{4}=\frac{63}{8}-\frac{2}{8}=\frac{61}{8}$

(50 minutos)

Utilizando os exemplos anteriormente dados, apresentaremos brevemente a classificação de frações:

- Própria: é a fração que corresponde a um valor menor que um inteiro;
- Imprópria: é a fração que corresponde a um valor maior que o inteiro;
- Aparente: é a fração em que numerador é um número múltiplo do denominador;
- Mista: é a fração que pode ser escrita como operação entre números inteiros e fracionários;

(5 minutos)

Equivalência de fração:

Ainda utilizando as frações dos exemplos dados serão apresentadas outras frações cujos valores são equivalentes, introduzindo assim, o conteúdo de razão e proporção.

- A razão é dada como sendo o quociente entre dois números, uma comparação entre eles.
- Na proporção ocorre a igualdade sobre duas frações sendo dada como:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Exemplos:

Equivalência:

I. $\frac{7}{5} = \frac{14}{10}$

II. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{57}{114}$

III. $\frac{2}{19} = \frac{10}{95}$

Proporção:

I. $2 = 8 \times \frac{1}{4}$

II. $\frac{1}{3} = 9 \times \frac{1}{27}$

III. $\frac{9}{4} = \frac{54}{24}$

Razão:

I. $\frac{5}{4} = 1{,}25$

II. $\frac{1}{3} = 0{,}666$

III. $\frac{8}{25} = 0{,}32$

(15 minutos)

Utilizando os conceitos e exemplos apresentados serão propostas questões do Enem para que seja aplicado o conhecimento construído. Estas sendo:

(ENEM 2018) Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras. Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?

R:
$$120 + 2{,}5 \times 40 = 220$$
$$100\% = 220$$
$$15\% = ?$$
$$\frac{220}{100} = 2{,}2$$
$$15 \times 2{,}2 = 33$$

(15 minutos)

(ENEM 2017) Em uma cantina, o sucesso de venda no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com $\frac{2}{3}$ de polpa de morango e $\frac{1}{3}$ de polpa de acerola.

Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R$ 18,00 e a de acerola, R$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango. A redução em real no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de quanto?

R:
$$\frac{2}{3} \times 18 + \frac{1}{3} \times 14{,}70 = \frac{2}{3} \times x + \frac{1}{3} \times 15{,}30$$
$$12 + 4{,}90 = \frac{2x}{3} + 5{,}10$$

$$16{,}90 - 5{,}10 = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{2x}{3} = 11{,}80$$

$$x = 11{,}80 \times \frac{3}{2}$$

$$x = 17{,}70$$

$$18 - 17{,}70 = R\$0{,}30.$$

(10 minutos)

(ENEM 2013) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Tabela 2: lucro em função do tempo.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

Fonte: INEP.

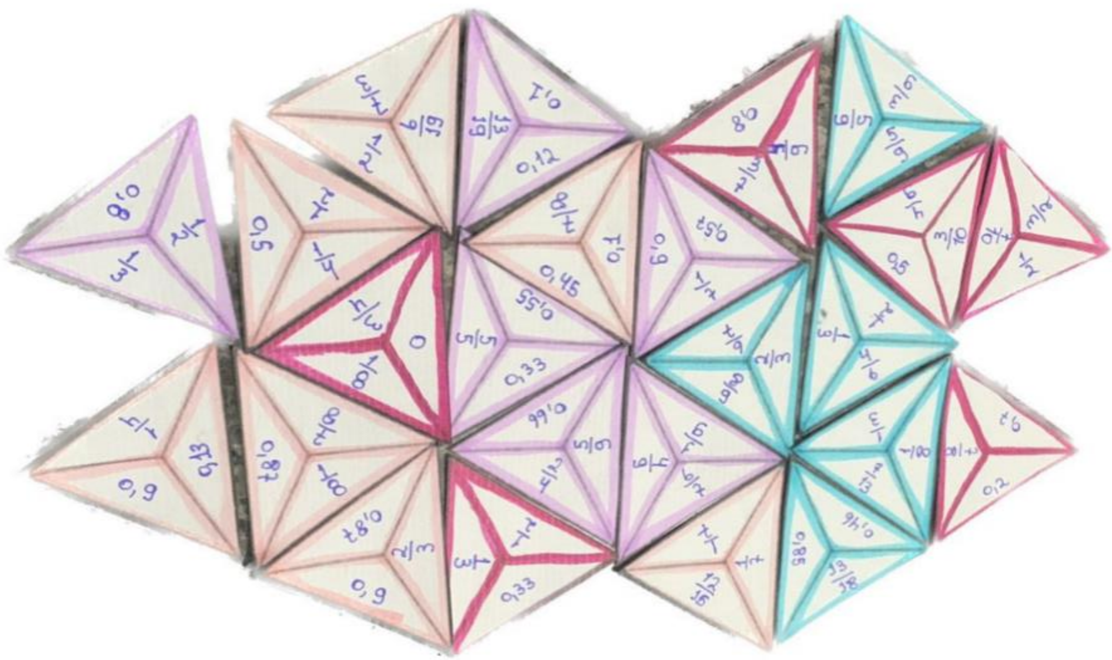
Resposta: G

(10 minutos)

Assim, para encerrar o primeiro ciclo de conteúdo será aplicado com os alunos o jogo Triminó de Frações. Abaixo, existe o regulamento da atividade.

- Cada jogador recebe 7 peças e ele deve encaixar as peças de modo que a somadas frações em lados adjacentes de cada triângulo seja 1.
- O jogo deve ser trabalhado em conjunto, pois nem sempre a solução é clara ou possível.
- Vence o jogador que se livrar de todas as peças de sua mão primeiro.
- Os jogadores podem se propor em finalizar a figura caso queiram, e perceber que muitas vezes as peças não vão se encaixar.

Figura 3: triminó de racionais.



Fonte: acervo dos estagiários.

(35 minutos)

Avaliação: a proposta avaliativa do encontro se dará por meio da:

- cooperação na atividade de socialização;
- resolução dos exercícios entregues;
- epor meio do triminó.

Referências:

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática.** 5 ed.. São Paulo: Moderna, 2002.

FRAÇÕES. Descomplica, 2021. Disponível em: https://no.descomplica.com.br/fracoes. Acesso em: 29 set. 2022.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática para todos:** 6ª série, 3º ciclo. São Paulo: Scipione,2002.

QUESTÕES DO ENEM. INEP, 2020. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso: 05 out. 2022.

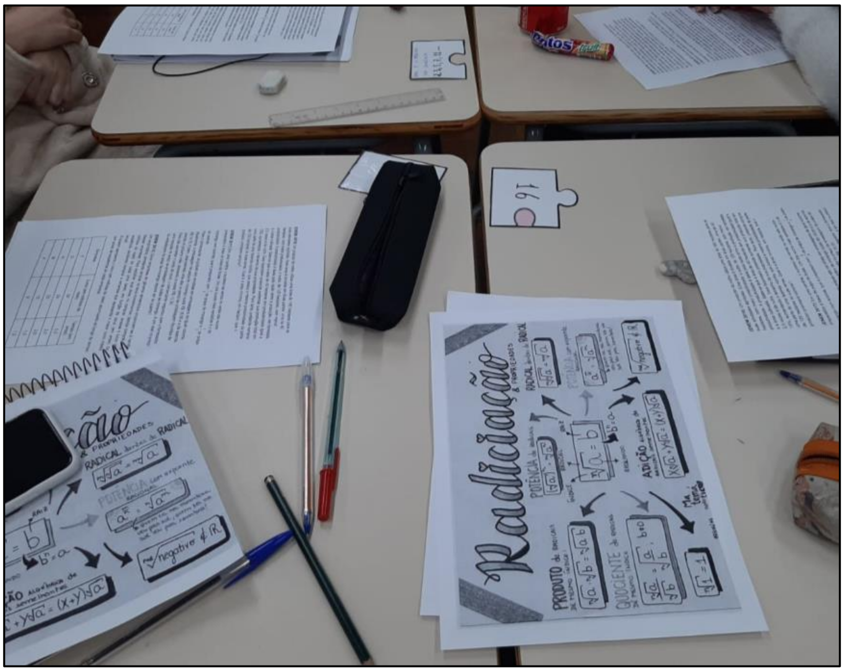
RAMOS, Luzia Faraco. **Frações sem mistério.** 3.ed. São Paulo: Ática, 1990. Coleção A descoberta da matemática.

5.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 1.

Aos oito dias do mês de outubro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o primeiro encontro do Promat, nós estagiários e a professora orientadora para iniciarmos a execução do Projeto.

A aula foi iniciada com a presença de 26 alunos e em seguida sendo feita uma pequena fala da professora orientadora referente ao projeto que seria iniciado. Após esse momento de diálogo, propusemos a primeira atividade. Foi por meio de uma socialização na qual os alunos receberam peças de quebra-cabeças com perguntas ou respostas e procuraram o seu par. Com isso fariam uma breve conversa conhecendo uns aos outros, para que posteriormente apresentassem o par para a turma. Durante esta atividade os alunos foram deixados o mais livre possível, com os estagiários apenas auxiliando-os, caso houvesse alguma dúvida em relação aos pares.

Figura 4: atividades do encontro 1.

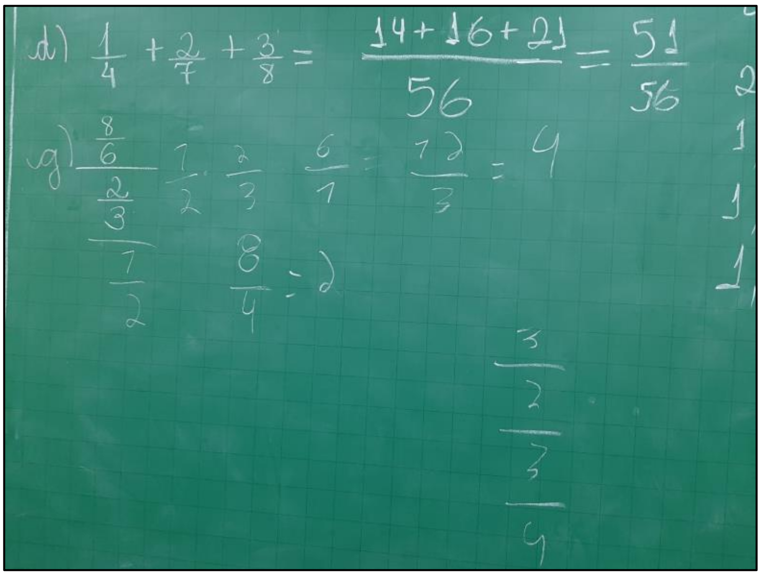


Fonte: acervo dos estagiários.

Conforme o plano de aula deste primeiro encontro, após a apresentação dos alunos, nós realizamos nossa apresentação e mencionamos os conteúdos que seriam abordados na primeira aula. Pedimos então que eles se organizassem em grupos de quatro alunos para que houvesse maior proveito da socialização e troca de ideias.

Depois de concluída a organização dos grupos aplicamos a primeira atividade relativa aos conteúdos. Essa consistia em uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a qual eles deveriam trabalhar junto com seu grupo para que realizassem a sua resolução. Nós fomos auxiliando cada grupo, dando dicas para a resolução, conferindo as respostas e ouvindo qual tinha sido a lógica empregada para a resolução do exercício. Com todos os grupos concluídos, foi realizada a correção com a turma, e após dada a resolução do exercício foi pedido para caso houvesse outra resolução fosse exposta para a turma, e um aluno se dispôs a mostrar como tinha realizado a atividade para nós e aos colegas. O restante estava apreensivo em ir à frente da turma mostrar sua forma de pensar, mesmo com os universitários lhes encorajando e falando que dariam suporte em caso de necessidade.

Figura 5: resolução do aluno no quadro.



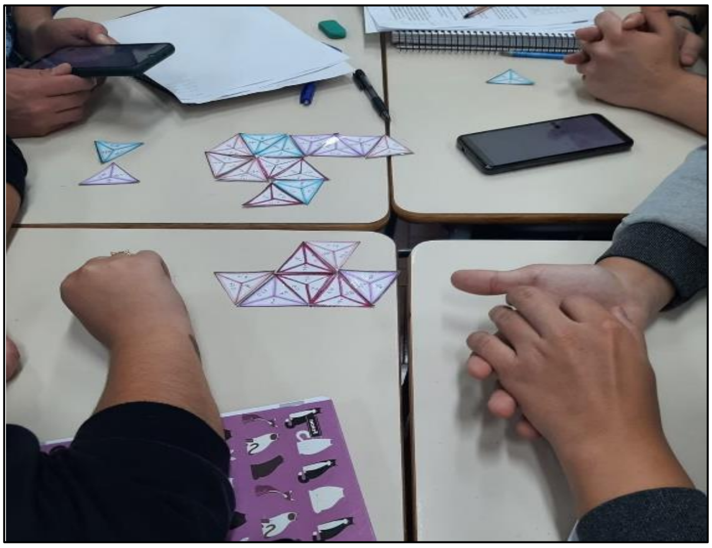
Fonte: acervo dos estagiários.

Após realizada a correção, foi introduzido o conteúdo de fração o qual nós explicamos de maneiras distintas, utilizando a representação geométrica, frações equivalentes e se utilizando da decomposição de números em fatores primos, o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) para realizar operações com frações. Durante essa explicação foi pedido para os alunos apresentarem maneiras diferentes de como eles resolveriam os exemplos que foram apresentados. Algumas resoluções dos alunos foram apresentadas, algumas já conhecidas e, outras que propunham maneiras lógicas para realizar a resolução. Terminado a discussão sobre frações, utilizando a questão anteriormente dada, foi abordado o conteúdo de razão e proporção, no qual os alunos compreenderam rapidamente com exemplos mostrados.

Posteriormente ao intervalo foi proposto que, ainda em grupo, fosse realizada a resolução de outras três questões do Enem. Nós desenvolvemos o mesmo procedimento adotado para a resolução da primeira questão proposta aos alunos. Durante o período de observação e de tirar dúvidas percebemos possíveis alunos que possuem maior familiaridade com a matemática e outros que possuem certa dificuldade com a mesma. Também foi observado a disparidade em que cada grupo resolvia suas questões, e a maneira que cada colega tentava convencer os outros a seguirem sua ideia.

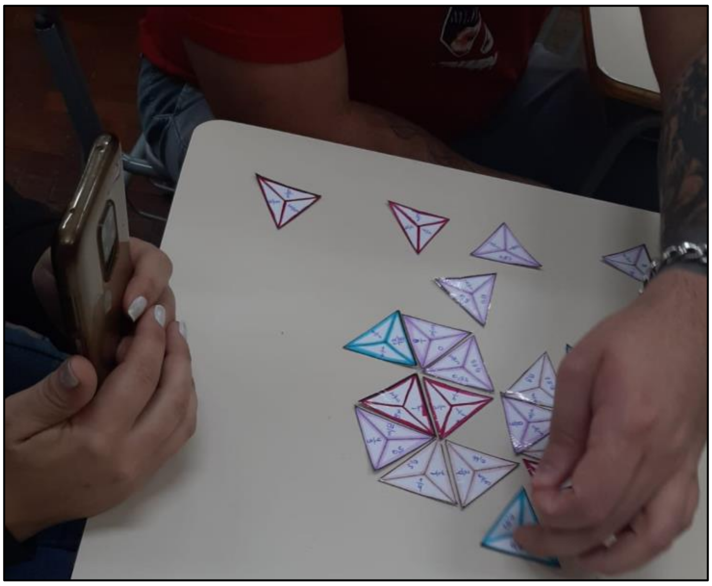
Passados alguns minutos foi então sugerida a atividade do triminó. Essa colocaria em prática os conhecimentos construídos durante o encontro. Nós observamos a atividade, os auxiliamos e, jogamos com eles. Fomos capazes de identificar que muitos estudantes possuíam receio em somar uma fração com um número decimal, como por exemplo $\frac{1}{3} + 0{,}66$. Percebendo essa dificuldade avisamos para todos que este era o intuito da atividade, e que como já havíamos explicado anteriormente $\frac{1}{3} = 0{,}33$ e $0{,}66 = \frac{2}{3}$.

Figura 6: resolução do triminó pelo grupo 1.



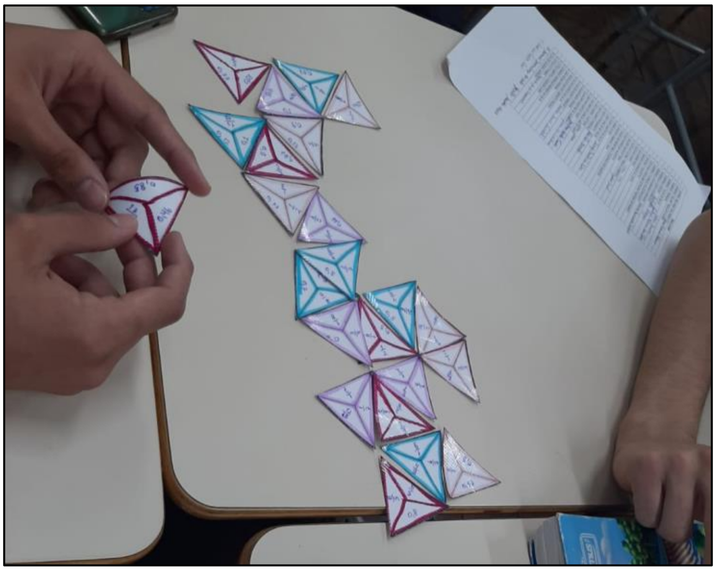
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 7: resolução do triminó pelo grupo 2.



Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 8: resolução do triminó pelo grupo 3

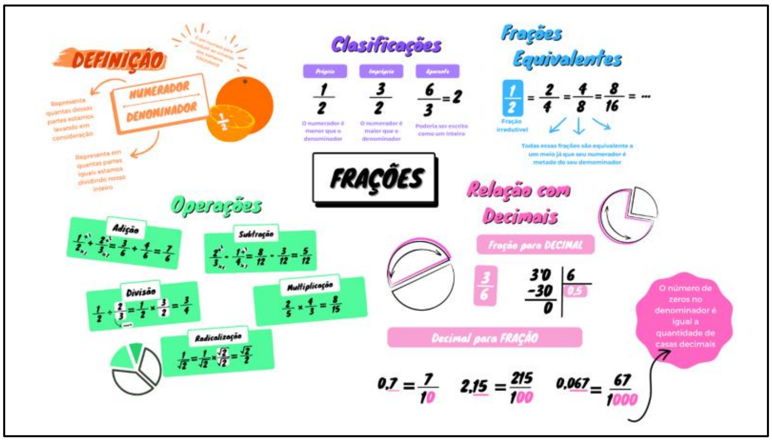


Fonte: acervo dos estagiários.

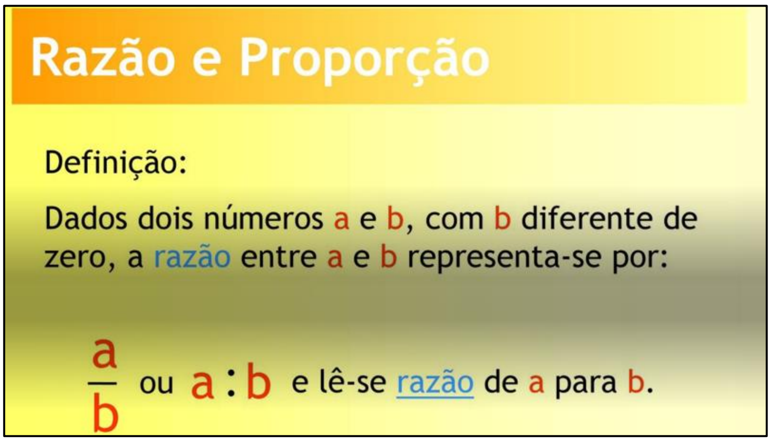
A harmonia do jogo pôde ser percebida em alguns grupos que por acharem ele relativamente complexo optaram em transformá-lo não em um jogo de competição, mas sim em um de ajuda coletiva com o intuito de completarem a figura. Nós ficamos surpresos que por uma atividade que começamos com um ideal social na apresentação dos estudantes pudesse influenciar tanto em uma atividade competitiva a ponto de a transformar em uma atividade cooperativa.

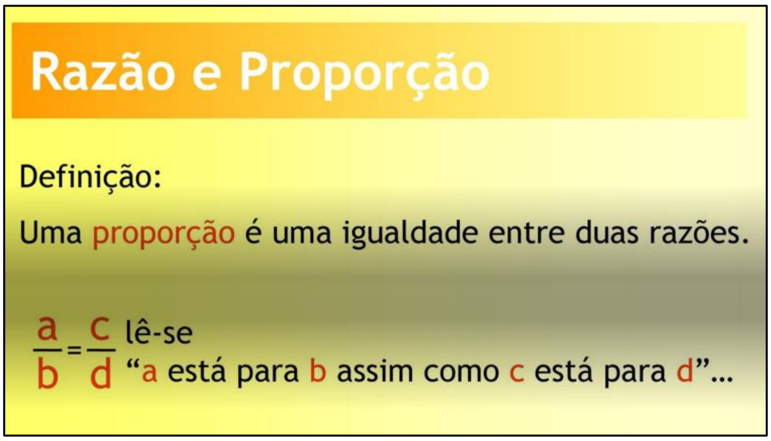
Por fim, no final da aula foi proposto que eles realizassem o término da resolução das questões em casa para que assim, no próximo encontro, fosse realizada a discussão conjunta.

5.3 MATERIAL UTILIZADO.




RAZÃO
E
PROPORÇÃO


Razão e Proporção
Definição:
Dados dois números a e b, com b diferente de zero, a razão entre a e b representa-se por:
$\frac{a}{b}$ ou a : b e lê-se razão de a para b.


Razão e Proporção
Definição:
Uma proporção é uma igualdade entre duas razões.
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ lê-se
"a está para b assim como c está para d"...

(ENEM 2018) Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para as suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra, de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. Esse fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando o tamanho da sua propriedade. Para tanto, pretende comprar uma parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras. Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar?

(ENEM 2017) Em uma cantina, o sucesso de venda no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com $\frac{2}{3}$ de polpa de morango e $\frac{1}{3}$ de polpa de acerola.

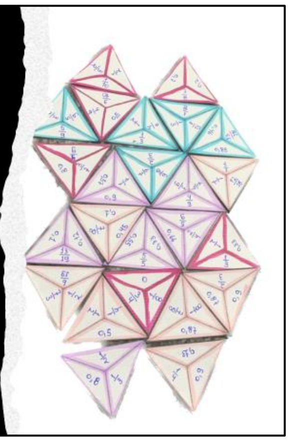
Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R$ 18,00 e a de acerola, R$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango. A redução em real no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de quanto?

TRIMINÓ:

Este jogo funcionará da seguinte maneira:

1. Cada jogador recebe 7 peças.
2. As peças deverão ser encaixadas de modo que a soma das frações em lados adjacentes de cada triângulo seja 1.
3. Vence o jogador que se livrar de todas as peças de sua mão primeiro.



(ENEM - BR - 2013) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

6. ENCONTRO 2.

6.1 PLANO DO ENCONTRO 2 – 15/10/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Operações com números decimais; radicais e racionalização; equações.

Objetivo geral: Efetuar operações com racionais e irracionais; reconhecer e explorar a linguagem algébrica.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados objetiva-se:

- Efetuar operações com radicais;
- Interpretar o inteiro e suas partes;
- Relacionar frações com decimais;
- Efetuar operações com frações e números decimais;
- Diferenciar incógnita e variável;
- Resolver equações;
- Efetuar cálculos com equações de primeiro grau;
- Efetuar cálculos com equações de segundo grau;

Conhecimento prévios: Operações básicas.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Racionalizei; Multimídia; *Microsoft PowerPoint.*

Encaminhamento metodológico:

A aula se inicia com as correções das questões do ENEM propostas na aula anterior com a projeção de lâminas com as explicações dos estagiários. Caso existir alguma dúvida, a questão será abordada na lousa.

(25 minutos)

A segunda aula terá o primeiro ciclo baseado nos conteúdos que complementam a aula anterior, estes sendo:

- operações com decimais;
- radicais e racionalização;

No primeiro momento uma questão disparadora (ENEM 2013) entregue na aula anterior será novamente analisada.

(25 minutos)

Após a correção da questão, será questionado aos alunos se durante o triminó eles precisaram calcular uma soma entre números decimais e frações para encaixar as peças. Após a discussão serão apresentados métodos pelo qual podem ser resolvidos as operações com números decimais através dos exemplos que serão feitos no quadro.

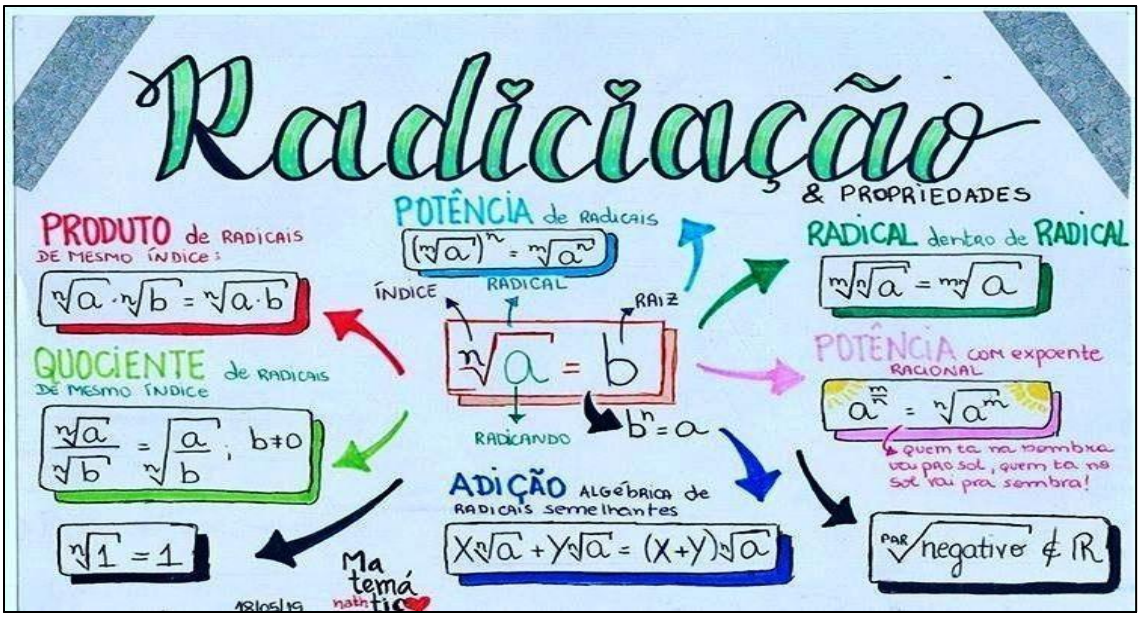
a) $0{,}25 + 0{,}75 = 1$
b) $0{,}3 + 0{,}55 = 0{,}85$
c) $1{,}25 + 0{,}77 + 0{,}002 = 2{,}022$
d) $4{,}55 - 3{,}26 = 1{,}26$
e) $8 - 3{,}067 = 4{,}933$
f) $2{,}74 \times 1{,}15 = 3{,}151$
g) $9 \times 3{,}33 = 29{,}97$
h) $6 \div 1{,}2 = 5$

(25 minutos)

Iniciando o tópico de Radicais e Racionalização será apresentado o conceito de raízes, métodos resolutivos para raízes que não são quadrados perfeitos e operações nas quais são utilizadas. Será abordada também a sua operação inversa. Exploraremos o tema por meio de um mapa mental já entregue que será apresentado nas lâminas.

(5 min)

Figura 9: mapa mental de radiciação.



Fonte: https://studymaps.com.br/radiciacao/.

Para abordar a racionalização serão utilizados como exemplos no quadro:

I. $$\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

II. $$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

III. $$\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{70}}{10}=\frac{\sqrt{70}}{5}$$

(20 minutos)

Para encerrar este ciclo será então distribuído o jogo Racionalizei! contendo os conteúdos das duas primeiras aulas. Este jogo consiste em dispor dez fichas sobre a mesa para os alunos observarem e caso encontrem pares equivalentes devem gritar “racionalizei” e coletar as fichas. Quando um par é encontrado mais duas fichas devem ser dispostas na mesa, assim como se não houver algum par.

Figura 10: racionalizei!

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$	$\frac{6}{\sqrt{8}}$	$\frac{1}{\sqrt{4}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{36}}$
1	$\frac{3\sqrt{8}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$	$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}}$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{81}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{\sqrt{3}}{9}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{7}{9}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{104}{32}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{14}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{4}$	0,375	0,1
$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{81}}$	$\frac{16}{\sqrt{100}}$	$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}}$	$\frac{2}{9}$	2
$\frac{2}{3}$	1,6	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{\sqrt{81}}$	$\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}}$

Fonte: acervo/criação dos estagiários.

(40 minutos)

O segundo ciclo será iniciado com um seguinte problema:

(ENEM 2018) Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T), e continuando com o primeiro, segundo, terceiro, ..., até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequencia de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar finalizando a sequência. Considere que, no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício. De acordo com as informações dadas o último andar do edifício é o

a) 16 b)22 c)23 d)25 e)35

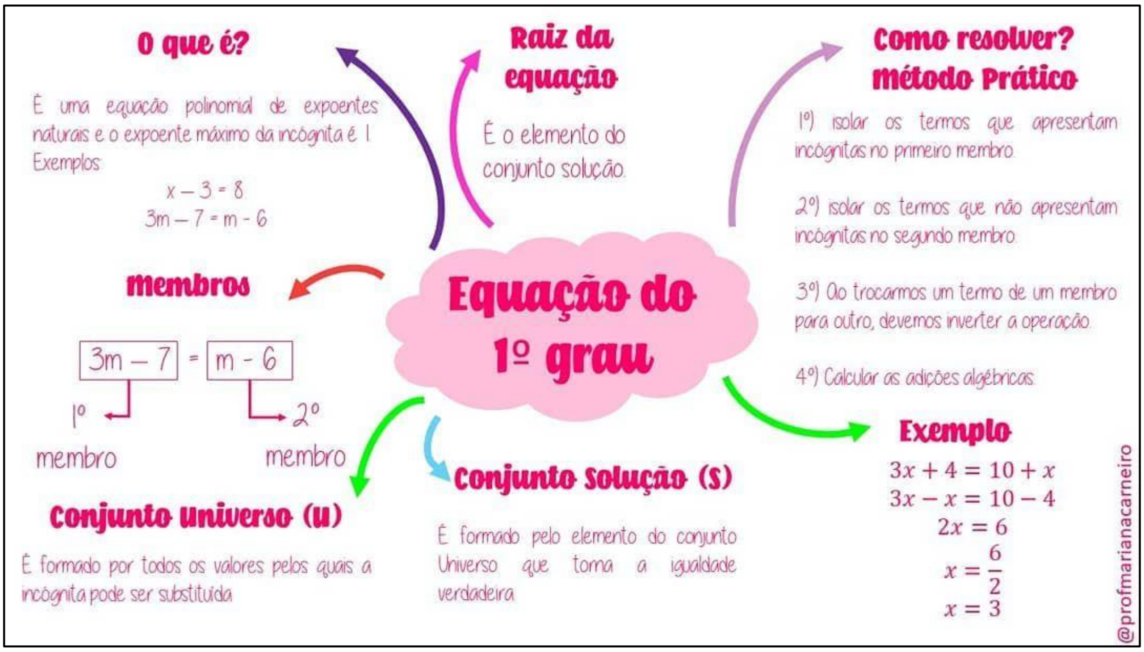
R: *23*

$$X + 7 - 10 - 13 + 9 - 4 = 5 \quad X = 16 \quad X + 7 = 23$$

(20 minutos)

Após a resolução do problema pelos alunos haverá um momento de socialização para entender a maneira de como pensaram e como descrevem seus raciocínios. Após a correção do problema haverá uma explicação sobre o que é incógnita e o que é variável. Será utilizado um mapa mental para o auxílio da apresentação do conceito de equação do primeiro grau e sua resolução sendo destacado o papel da igualdade entre os membros.

Figura 11: mapa mental de equação do primeiro grau.



Fonte: https://br.pinterest.com/pin/797981627718981357/.

(10 minutos)

Serão apresentados exemplos para a resolução conjunta com os alunos após a explicação.

1) $3x = 5$

R: $x = \frac{5}{3}$

2) $4x = -2$

R: $x = -\frac{1}{2}$

3) $x - 7 = 8 + 3x$

R: $-15 = 2x$ $\quad\quad\quad x = -\frac{15}{2}$

4) $x - 7 = a + 2$

R: $x = a + 9$

5) $2x + a = x - 3b$

R: $x = -3b - a$

(20 minutos)

Após o momento de ação dos estagiários serão propostas duas questões para os alunos desenvolverem visando fixar o conteúdo.

1) Determine o valor de a em função de b

$$x - ax + 2 = x - 2bx + 2$$

R: $-ax = -2bx$ $\quad\quad ax = 2bx$ $\quad\quad a = 2b$

2) Eu tinha um kit de *bottons* que organizei em duas caixas com mesma quantia e sobraram sete. No meu aniversário eu ganhei do meu pai uma caixa idêntica com dois *bottons* faltando e minha mãe me deu mais 25 recém comprados, e no final descobri que minha coleção havia dobrado. Quantos *bottons* eu tenho agora?

$$2c + 7 = (c - 2) + 25$$

$$2c - c = 25 - 2 - 7$$

$$c = 16$$

$$2 \times 16 + 7 = 39$$

$$2 \times 39 = 78$$

$$logo, tem\ 78\ bottons$$

(10 minutos)

Avaliação: a proposta avaliativa da aula será por meio da resolução dos exercícios que foram distribuídos para a turma através da visualização dos estagiários.

Referências:

EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU. Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/797981627718981357/. Acesso: 14 out. 2022.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade:** 8º ano. 6.ed. São Paulo: Atual, 2009.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática para todos:** 6ª série, 3º ciclo. São Paulo: Scipione,2002.

QUESTÕES DO ENEM. INEP, 2020. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso: 05 out. 2022.

RADICIAÇÃO. Studymaps, 2021.Disponível em: https://studymaps.com.br/radiciacao/. Acesso em: 29 set. 2022.

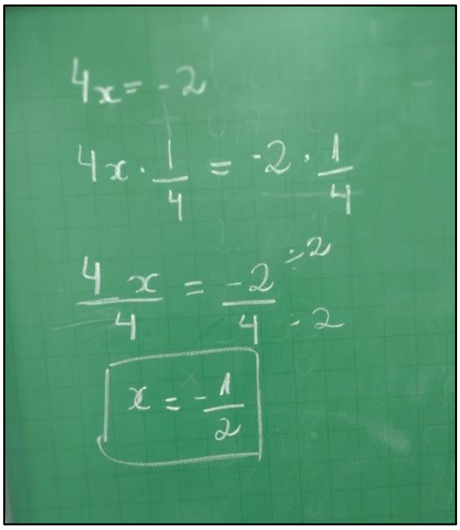
RAMOS, Luzia Faraco. **Frações sem mistério.** 3.ed. São Paulo: Ática, 1990. Coleção A descoberta da matemática.

6.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 2.

Aos quinze dias do mês de outubro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o segundo encontro do Promat, nós estagiários e a professora orientadora para darmos continuidade aos encontros do Projeto Promat.

A aula foi iniciada com um total de 22 alunos e com uma pequena fala dos estagiários referente a extensão do projeto por mais cinco aulas além das previstas, explicamos o motivo e, também falamos que quem participasse somente dos cinco primeiros encontros receberia seus certificados, como combinado de antemão. Após demos início a correção das questões do ENEM deixadas do encontro anterior. Realizamos a correção em conjunto; muitos tinham feito a atividade e acompanharam a correção; e, falaram como pensaram, por exemplo na questão do ENEM 2013, nós transformamos os anos em meses para vermos a razão entre lucro produzido e o tempo de existência das empresas. Alguns alunos fizeram o cálculo em anos e o resultado obtido foi o mesmo. Na sequência exploramos exemplos envolvendo operações com decimais no quadro. Os alunos ficaram bem animados e foram ao quadro resolver os exemplos; os que não se lembravam, conversaram entre o grupo e quem sabia explicou aos colegas, esse momento de troca de saberes foi de grande valia.

Figura 12: resolução distinta de um aluno no quadro.



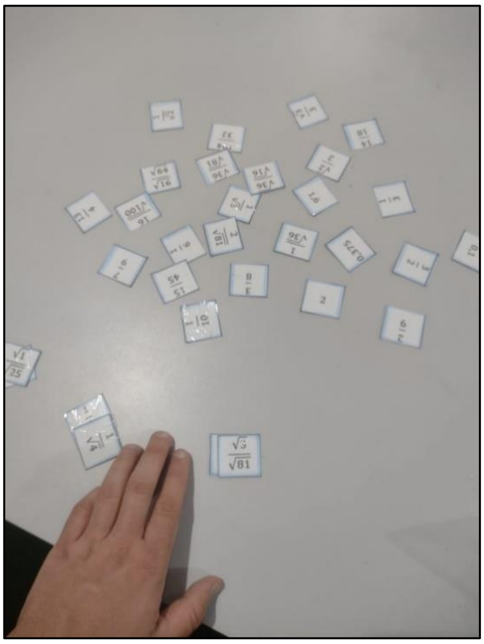
Fonte: produção dos alunos, acervo dos estagiários.

Utilizando uma nova discussão sobre o triminó proposto na aula anterior, revelou que muitos alunos se negavam em somar decimais aproximados, pois faltava um décimo para que a soma resultasse em um. Conversamos que a aproximação é utilizada nesses casos e sugerimos para que os alunos abandonassem a ideia de que a matemática é uma ciência perfeita onde qualquer problema possui uma resposta com um valor sem imprecisão. Os alunos, por sua vez, revelaram que esta não era a ideia que era geralmente ensinada a eles com respeito a matéria, e para um simples exemplo sugerimos qual número que somando um resulta em zero e subtraindo um resulta também em zero. Eles pareceram confusos e tentaram pensar em uma resposta, mas não conseguiram, o que já era esperado.

Após iniciamos os tópicos de radicais e racionalização, foi entregue aos alunos um mapa mental com as ideias de radiciação com intuito deles terem uma ferramenta de apoio para a realização das atividades propostas. Através da projeção do conteúdo e da explicação foi exposto o que era uma potência, um radical e analisamos suas propriedades. Em seguida, desenvolveu-se no quadro a realização de exemplos que foram solucionados com base nas ideias sugeridas pelos estudantes. De certa forma nesse primeiro momento, eles demonstraram conhecer o conteúdo, e nos surpreendendo, terem mais afinidade com a racionalização, radicais e potências que por frações e decimais.

Na volta do intervalo foi o momento de eles aplicarem o conteúdo trabalhado em um jogo. O jogo chamado Racionalizei foi entregue, os estagiários foram nos grupos auxiliar no desenvolver do jogo, orientando como eles poderiam jogar, não com um intuito de ganhar e sim de mostrar que compreenderam o conceito da racionalização. Apesar da dificuldade mostrada no triminó, este que também envolvia frações e decimais apresentou que os alunos conseguiram melhor sintetização dos conhecimentos. O jogo teve um bom desenvolvimento os alunos ficaram bem interessados em descobrir qual era o número formado após a racionalização. Durante o jogo eles realizaram as operações na calculadora e registraram em seus cadernos para que, em uma próxima rodada, se tivessem dúvidas, poderiam consultar o material.

Figura 13: jogo do racionalizei!.

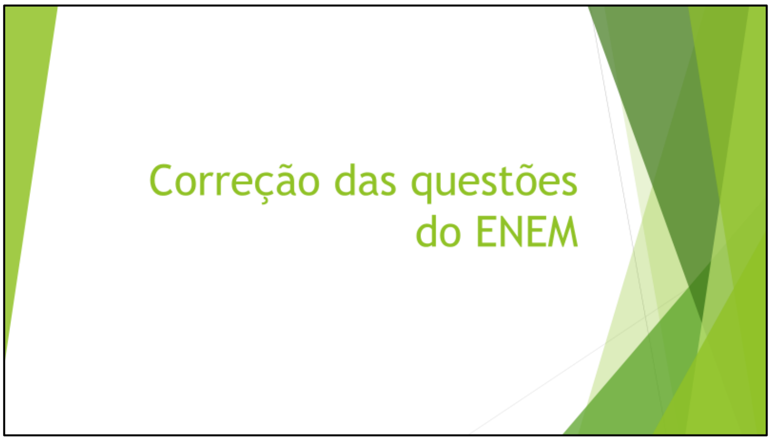


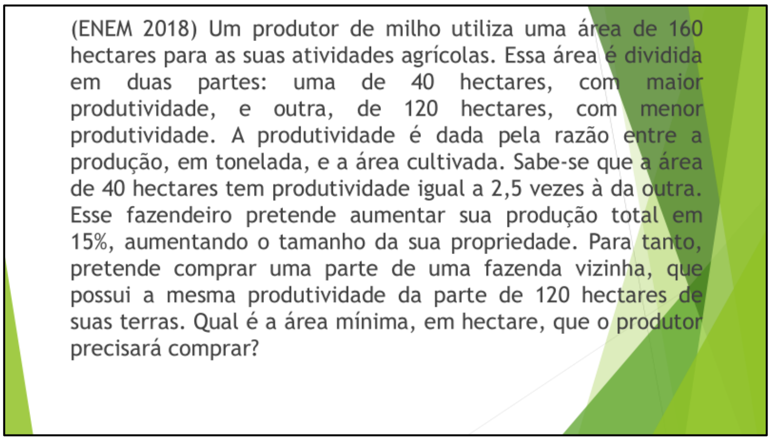
Fonte: acervo dos estagiários.

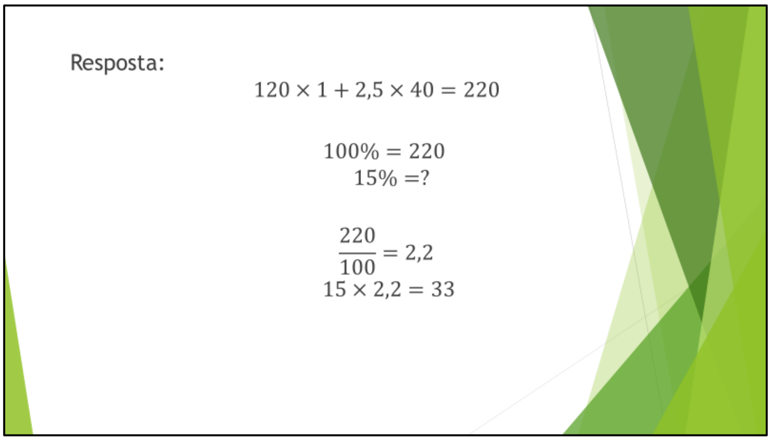
Demos sequência com as questões propostas para introduzirmos equação do primeiro grau, fomos aos grupos auxiliá-los. Surgiram dúvidas diversas. Num dos casos, o estagiário foi auxiliar a aluna e no desenrolar da resolução a aluna perguntou se poderia substituir um determinado valor encontrado em qualquer lado da igualdade. Então o estagiário a incentivou a fazer a substituição em ambos os lados e verificar o que ocorre. Ao chegar ao final da resolução a aluna ficou com uma expressão de quem compreendeu o conceito de igualdade; o acontecido foi muito satisfatório para o estagiário, tanto quanto para a aluna. Terminadas as resoluções foi feita a correção das atividades no quadro com auxílio dos alunos.

Deixamos uma das atividades para realizar na aula seguinte, pois não conseguimos cumprir todo o plano neste encontro.

6.3 MATERIAL UTILIZADO.







(ENEM 2017) Em uma cantina, o sucesso de venda no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com $\frac{2}{3}$ de polpa de morango e $\frac{1}{3}$ de polpa de acerola.

Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R$ 18,00 e a de acerola, R$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango. A redução em real no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de quanto?

Resposta:

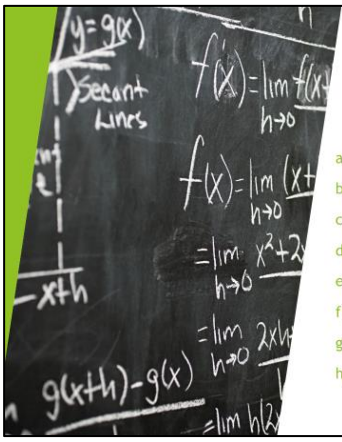
$$\frac{2}{3}\times 18+\frac{1}{3}\times 14{,}70=\frac{2}{3}\times x+\frac{1}{3}\times 15{,}30$$
$$12+4{,}90=\frac{2x}{3}+5{,}10$$
$$16{,}90-5{,}10=\frac{2x}{3}$$
$$\frac{2x}{3}=11{,}80$$
$$x=11{,}80\times\frac{3}{2}$$
$$x=17{,}70$$
$$18-17{,}70=R\$0{,}30.$$

(ENEM 2013) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

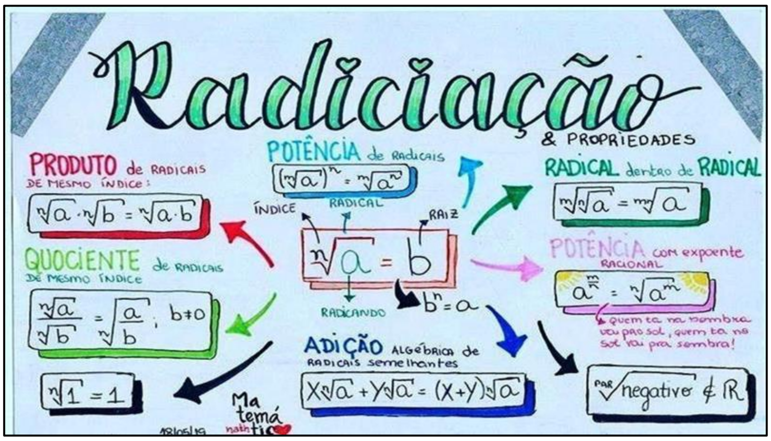
Operações com decimais



Exemplos

a) 0,25 +0 ,75
b) 0,3 + 0,55
c) 1,25 + 0,77 + 0,002
d) 4,55 – 3,26
e) 8 – 3,067
f) 2,74 x 1,15
g) 9 x 3,33
h) 6 ÷ 1,2

Radiciação e Racionalização



Racionalização

I. $\frac{2}{\sqrt{2}}$

II. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

III. $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$

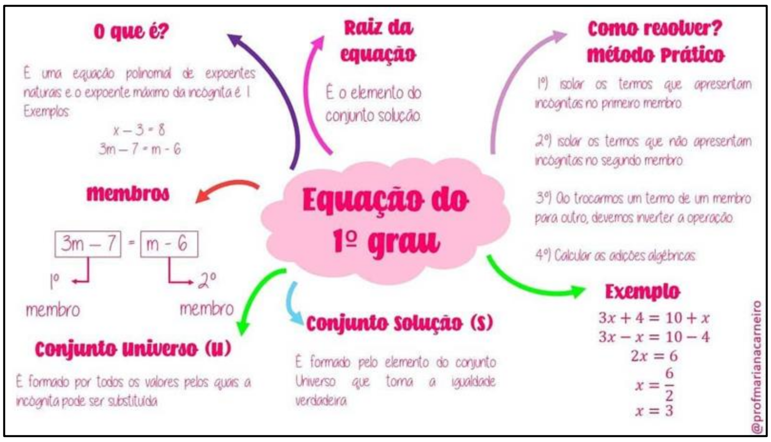
- Hora da diversão

Exercício proposto

(ENEM 2018) Um edifício tem a numeração dos andares iniciando no térreo (T), e continuando com o primeiro, segundo, terceiro, ..., até o último andar. Uma criança entrou no elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequencia de andares, parando, abrindo e fechando a porta em diversos andares. A partir de onde entrou a criança, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar finalizando a sequência. Considere que, no trajeto seguido pela criança, o elevador parou uma vez no último andar do edifício. De acordo com as informações dadas o último andar do edifício é o

a) 16 b)22 c)23 d)25 e)35

Equações



Exemplos de equação de primeiro grau

a) $3x = 5$

b) $4x = -2$

c) $x - 7 = 8 + 3x$

d) $x - 7 = a + 2$

e) $2x + a = x - 3b$

Exemplos

(ENEM 2009) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$510,00 e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$7,00. De acordo com essas informações qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

Exercícios propostos

Exercícios

1) Determine o valor de a em função de b

$$x - ax + 2 = x - 2bx + 2$$

Exercícios

2) Eu tinha um kit de bottons que organizei em duas caixas com mesma quantia e sobraram sete. No meu aniversário eu ganhei do meu pai uma caixa idêntica com dois bottons faltando e minha mãe me deu mais 25 recém comprados, e no final descobri que minha coleção havia dobrado. Quantos bottons eu tenho agora?

7. ENCONTRO 3.

7.1 PLANO DO ENCONTRO 3 – 22/10/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Equações; sistemas; função afim.

Objetivo geral: Reconhecer e explorar a linguagem algébrica.

Objetivo específico: Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados, objetiva-se:

- Diferenciar incógnita e variável;
- Resolver equações;
- Resolver sistemas de equações com duas ou mais incógnitas;
- Efetuar cálculos com equações de primeiro grau;
- Efetuar cálculos com equações de segundo grau;
- Revisar os conjuntos numéricos;
- Definir relação entre dois conjuntos;
- Relembrar os conceitos de ponto, coordenada e plano cartesiano;
- Interpretar e construir gráficos;
- Investigar pontos no plano cartesiano;
- Explicar o conceito de função afim.

Conhecimentos prévios: Operações básicas

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Multimídia; *Microsoft PowerPoint*; *Geogebra*;

Material impresso; Régua; Barbante; Urna.

Encaminhamento metodológico:

A terceira aula se iniciará com a resolução dos exercícios propostos na última aula projetado por lâminas.

(15 minutos)

No início do primeiro ciclo da aula, os estagiários vão fazer uma movimentação debatendo sobre equações e sistemas de equações. Será requisitado para que os alunos solucionem problemas sobre sistemas de equação, que estão abaixo, que demandam lógica. Estes por sua vez, estarão colados embaixo de suas cadeiras como um fator surpresa e uma nova dinâmica para a aula. Cada aluno receberá quatro exercícios aleatórios e deverão solucionar individualmente. Se for necessário os estagiários vão atender as dúvidas.

a)

🔥+🔥+🔥=24

🔥+💧+💧=12

🔥.💧+🌪=12

💧.⛰+🔥.🌪=16

💧-🔥.🌪+⛰÷💧=?

Respostas: 🔥=8, 💧=2, 🌪=-4, ⛰=24. 💧-🔥.🌪+⛰÷💧= 46

b)

🐷+🐷÷2=12

🐔-🐷÷4=8

🐰.🐔÷2-🐷=7

2.(🐮.🐷)-(🐔÷10).🐮+🐮.🐰=18

5.(🐷÷🐔)-4(.🐰÷🐮)=?

Respostas: 🐷=8, 🐔=10, 🐰=3, 🐮=1. 5.(🐷÷🐔)-4(.🐰÷🐮)= -8 c)

🌧^{3}=27

❄^{3}.🌧=24

❄.🌈^{2}.🌧=96

🌧+❄.🌈=?

Respostas: 🌧=3, ❄=2, 🌈=4. 🌧+❄.🌈= 11.

d)

🐠+🐬=10

🐠+🦀=20

🐬+🦀=24

🐠+🐬+🦀=?

Respostas: 🐠=3, 🐬=7, 🦀=17 🐠+🐬+🦀=27

e)

🌹.🌷=18

🌻.🌵=2

3.🌷=9

🌵-🌷.🌹=-20

🌵^{2}+🌷.🌻-🌹=?

Respostas: 🌹=6, 🌷=3, 🌻=-1, 🌵=-2. 🌵^{2}+🌷.🌻-🌹= -5 f)

☀️+🌕=6

🌕+⭐=11

⭐+🪐=18

🪐+☀️+🌕=17

⭐-🪐+🌕^{2}-☀️=?

Respostas: ☀️=2, 🌕=4, ⭐=7 🪐=11 . ⭐-🪐+🌕^{2}-☀️= 10

g)

2.(⚽.🏀)=⚾

🏈.🏀=⚾

⚾-🏀⚽=3.🏈

🏈÷⚽=⚾÷5.🏀

🏀.🏈-(⚾-⚽)=?

Respostas: ⚽=5, 🏀=6, 🏈=10 ⚾=60. 🏀.🏈-(⚾-⚽)= 5

h)

♟️+🎲=4

🎲+♟️-2🧩=0

🧩^{2}=4

$\sqrt{2.\text{🎳}}$=2

♟️+4.🎳-🎲+🧩.♟️^{2}=?

Respostas: ♟ e 🎲 livres desde que a soma dos dois seja quatro, 🧩=🎳=2.

♟+4.🎳-🎲+🧩.♟²= O sistema tem infinitas soluções.

(55 minutos)

Ocorrerá uma formalização do conteúdo com a turma, após o momento individual. Serão abordados exemplos que favoreçam a compreensão do assunto para finalizar o ciclo.

1) $\begin{cases} 4x + 3 = 19 \\ 8x - 4y = 0 \\ y + x = 12 \end{cases}$

R: Temos um sistema com uma solução única, em que na primeira equação $x = 4$, e substituindo essa incógnita na segunda equação obtemos que $y = 8$; a substituição na última equação se prova que a igualdade é verdadeira.

2) $\begin{cases} x + 1 = y \\ y - x = 1 \\ y - 1 = x \end{cases}$

R:Temos um sistema em que todas as equações são idênticas, se tomarmos um x qualquer y será sempre x+1.

3) $\begin{cases} 4x - y = 8 \\ -3x + y = 14 \end{cases}$

R: Pode-se encontrar x anulando o termo de y na soma entre as duas equações, que resultará em x=22. Substituindo na primeira equação obtemos que y=80.

(15 minutos)

Ocorrerá uma breve discussão sobre conjuntos numéricos, relembrando as propriedades básicas de cada conjunto. Será perguntado a cada estudante a qual conjunto um determinado número pertence, sendo este sorteado de uma urna.

Tabela 3: números para conjuntos.

2	5	159	325897416	0
10	-8	-32	-71	-789301527
-98	-1	0,2	-5,3	-9,11111
7,27	π	$\frac{3}{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{9}$
0,7596	$-\sqrt{8}$	$\frac{6}{5}$	1	$\sqrt[3]{5}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-3,111111	-4	-$\sqrt{4}$	91
75,151515	87,200000	$72\sqrt{2}$	1,25	0,32
0,00003	-91	$2+\frac{3}{5}$	$\sqrt{900}$	3,14

Fonte: acervo/criação dos estagiários.

(25 minutos)

O segundo ciclo da aula será iniciado primeiramente com uma dinâmica para relembrar o que é uma relação. Os estagiários entregarão a alguns alunos pedaços de barbante e por meio de uma pergunta devem ligar a ponta do barbante aos alunos que não o receberam. Após isso será pedido para que a turma se divida em grupos de até seis membros. Assim, será feita a distribuição de fichas com um número e uma cor aos alunos. A cor será a classificação de um conjunto e os números seus elementos. Através das regras matemáticas abaixo será feita a ligação dos alunos por meio de um barbante.

Tabela 4: números para relações.

0	1	2	3	4	5
0	2	4	6	8	10
0	-1	-2	-3	-4	-5
0	1	4	9	16	25
3	5	7	9	11	13
-3	-1	1	3	5	7

Fonte: acervo/criação dos estagiários.

Conjunto A: Verde

Conjunto B: Amarelo

Conjunto C: Vermelho

Conjunto D: Azul

Conjunto E: Roxo

Conjunto F:Branco

Regras matemáticas para estagiários utilizarem na dinâmica:

- Relação de A com B: 2x
- Relação de C com D: x^2
- Relação de E com F: x-6
- Relação de A com D: x^2
- Relação de D com A ou C (perguntar em qual conjunto): $\sqrt{x}$
- Relação de B com F: x-3
- Relação de F com A: (x+3)/2
- Relação de C com A: -x
- Relação de A com E: 2x+3

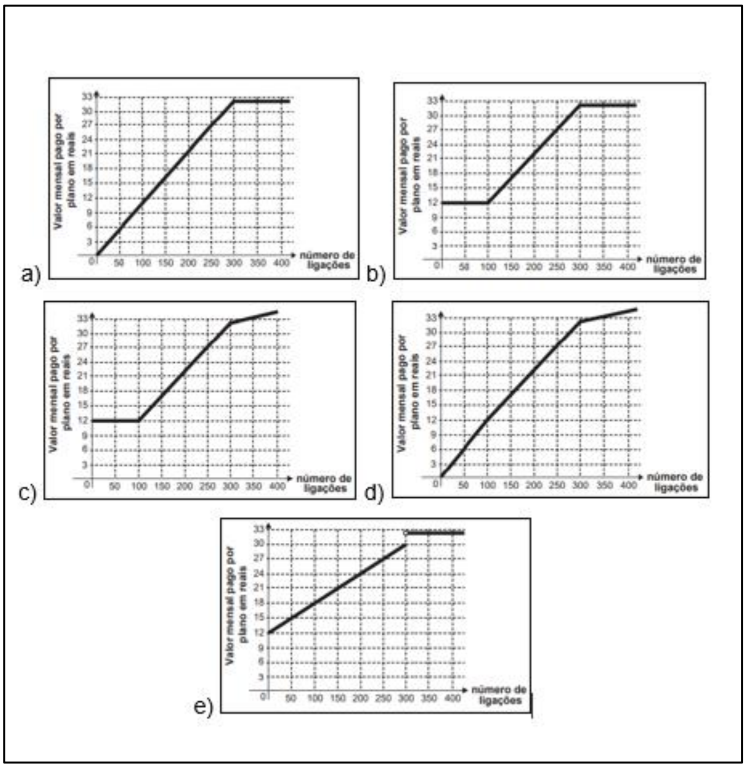
- Relação de E com B: x-3
- Relação de B com D (menção proposital para analisar a atenção): ½ x^2

(30 minutos)

Posteriormente será definido o conceito de relações entre conjuntos com a turma. Um problema será exposto para os alunos pensarem em interpretar gráficos e tentar associar os dados disponíveis a fim de encontrar sua equação:

(ENEM 2015) Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações ao mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R$ 12,00 para os clientes que fazem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R$ 0,10 por ligação, a partir da 101a até a 300a ; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R$ 32,00. Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:

Figura 14: gráficos do plano telefônico.



Fonte: INEP

R: Letra b

(15 minutos)

O conceito de funções será explicado, e a partir dele se trabalhará com a função afim. Serão abordados os da função afim, sua expressão, gráfico e inclinação. Com o uso de uma projeção executada no *GeoGebra* serão construídos os exemplos abaixo que serão resolvidos em conjunto com a turma.

1) (ENEM 2020) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro *L* que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Disponível em: www.cnpso.embrapa.br. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual é a expressão que determinou o lucro *L* em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

R: 50x-12000

(10 minutos)

2) Associe as funções a seguir com seu respectivo gráfico.

a) 2x-4

b) x-2

c) x+2

d) x

e)-2x+1

f) x+1

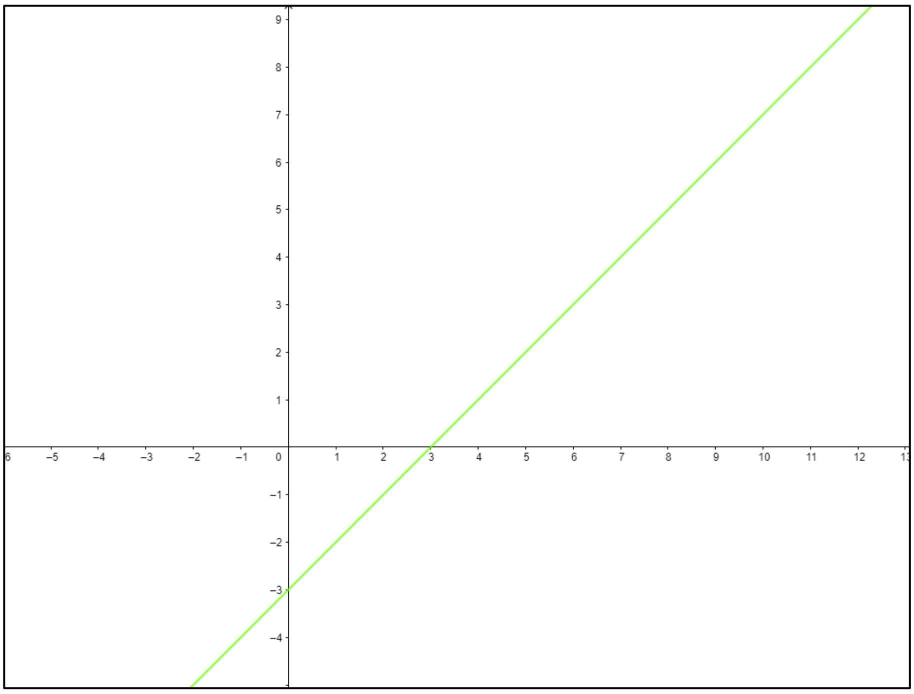
g) 2x+2

h) x-3

i)-x+1

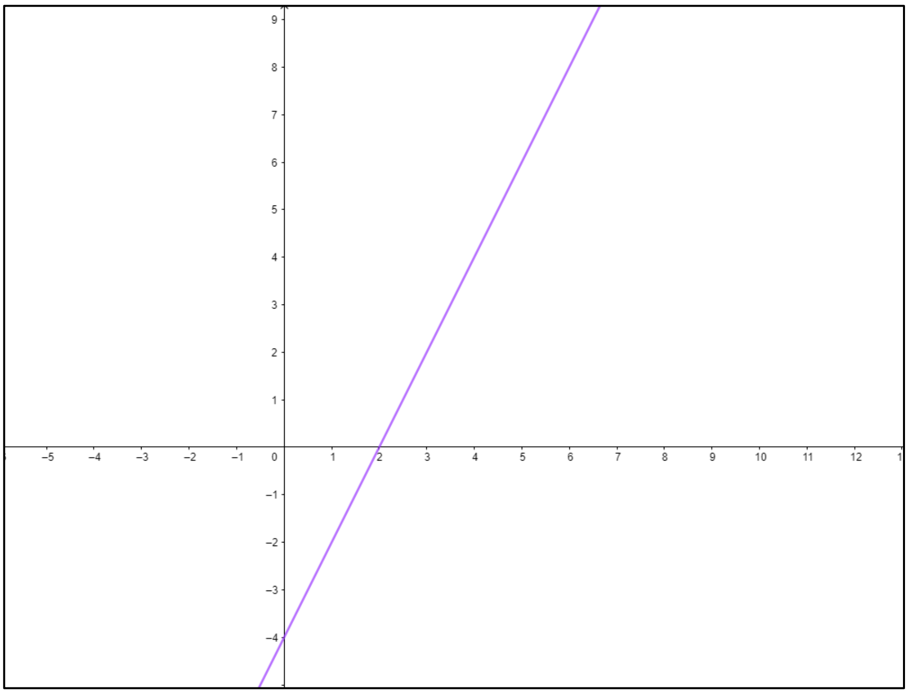
j) 2x

Figura 15: função 1.

I. 

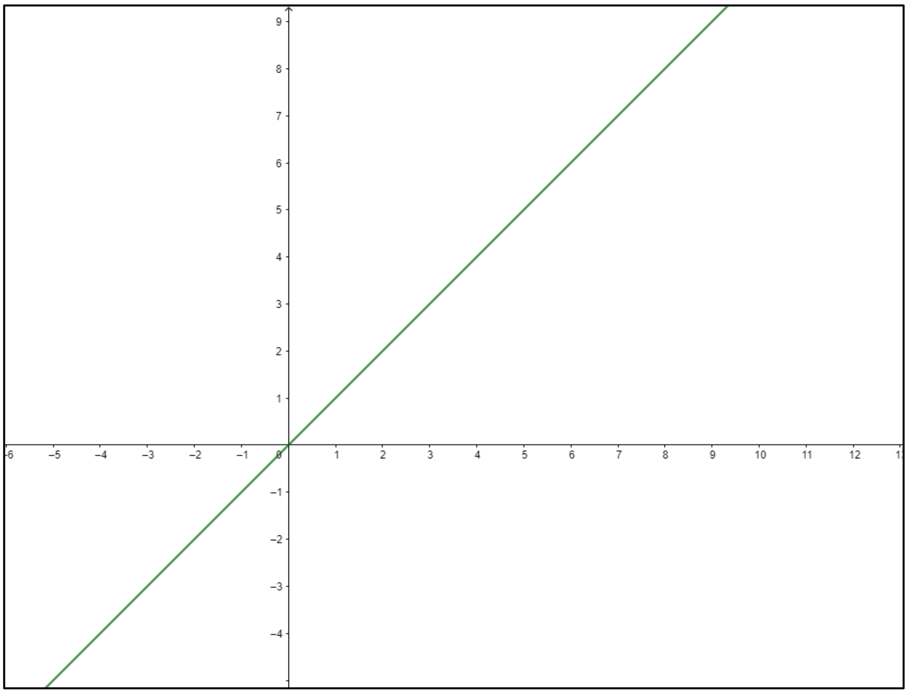
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 16: função 2.

II. 

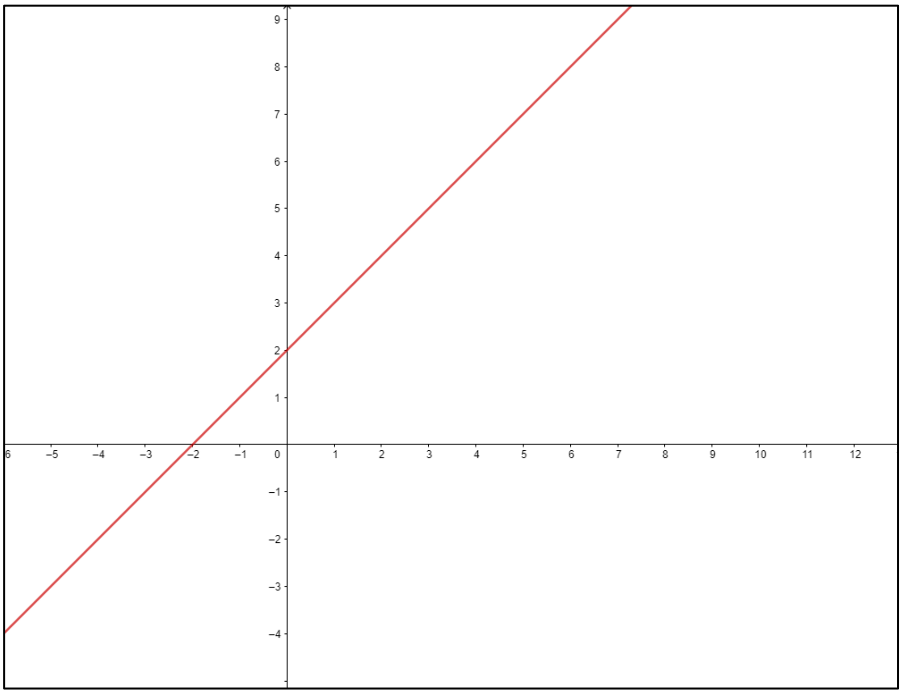
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 17: função 3.

III. 

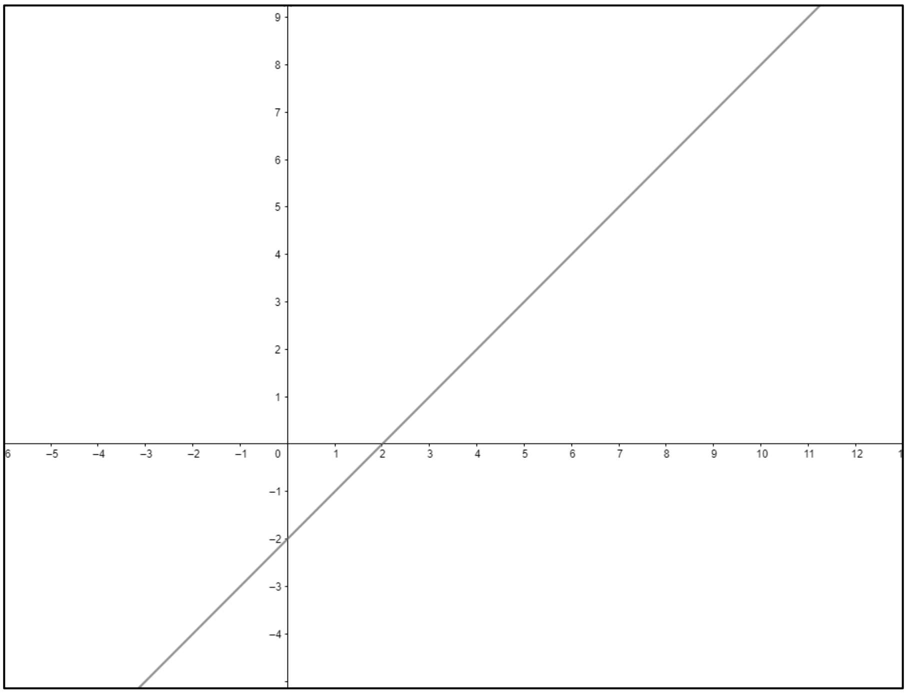
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 18: função 4.

IV. 

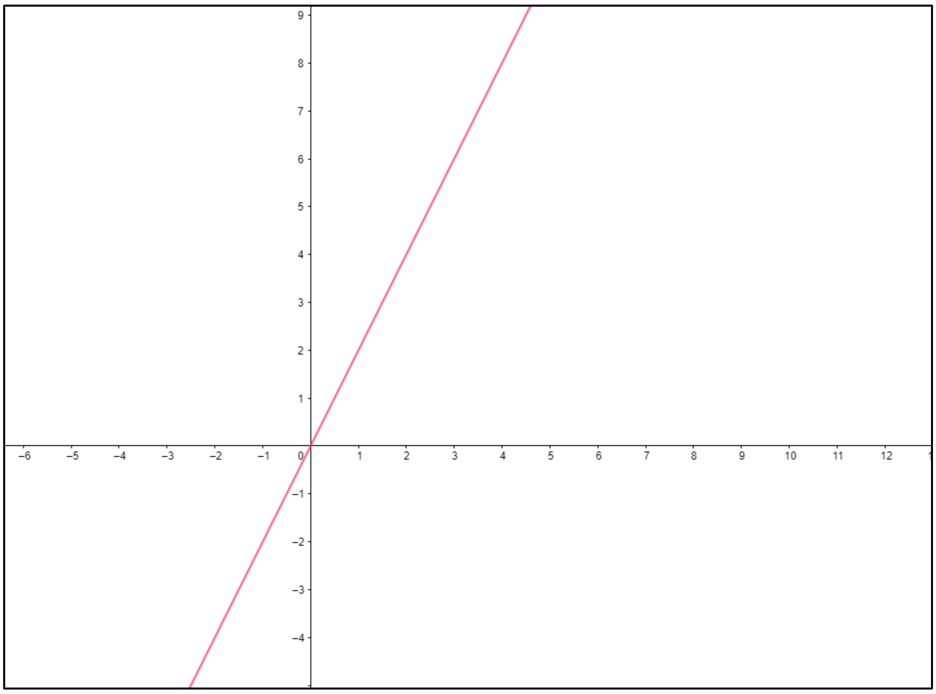
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 19: função 5.

V. 

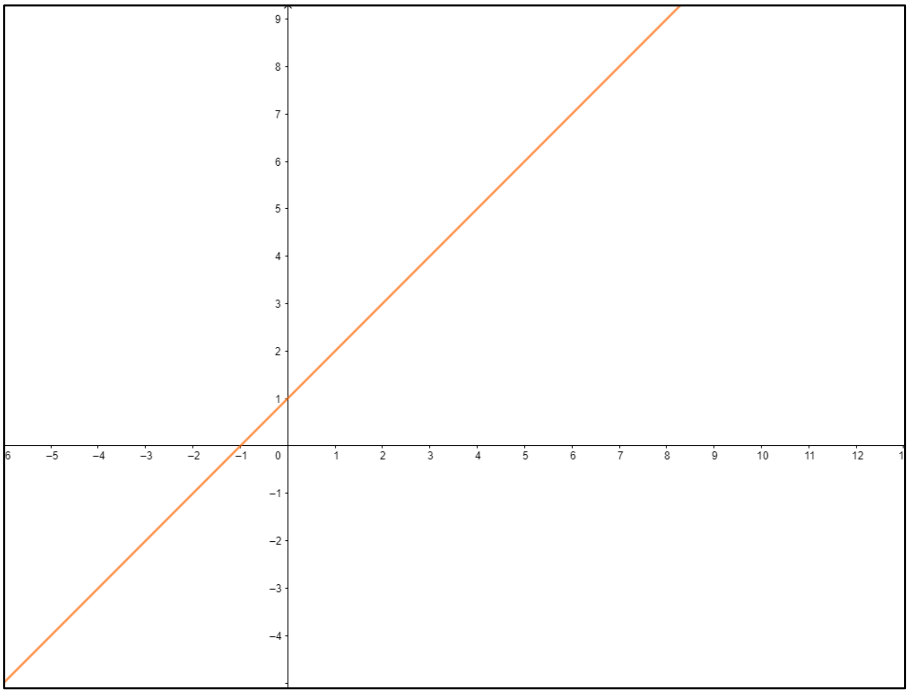
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 20: função 6.

VI. 

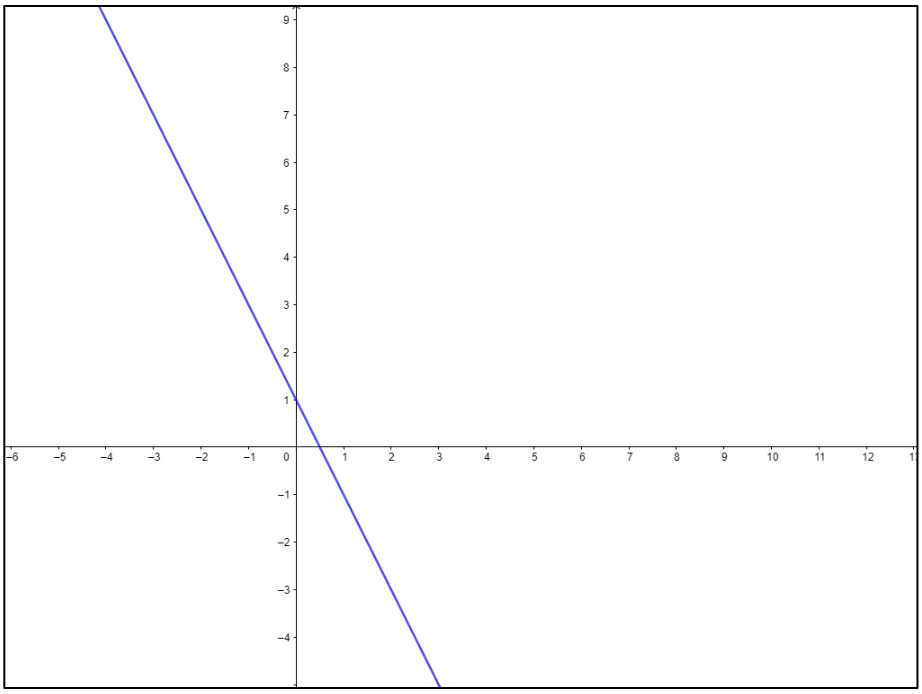
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 21: função 7.

VII. 

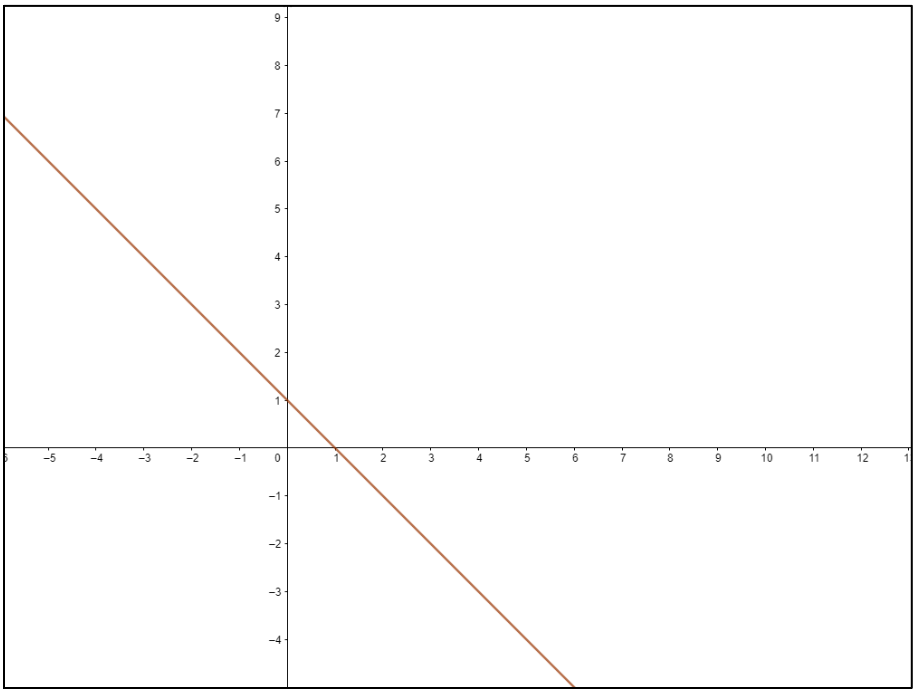
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 22: função 8.

VIII. 

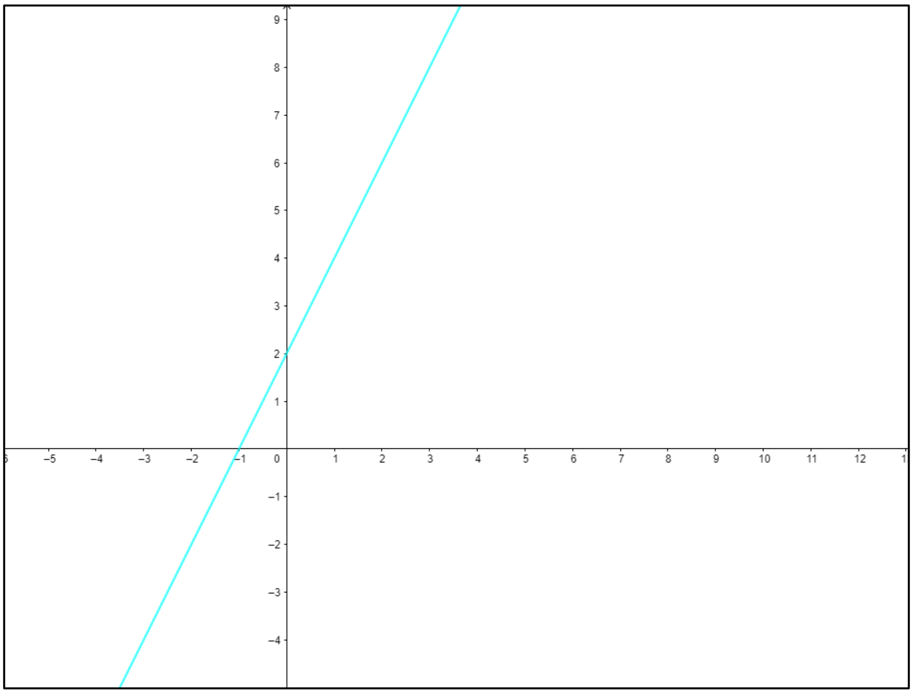
Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 23: função 9.

IX. 

Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 24: função 10.

X. 

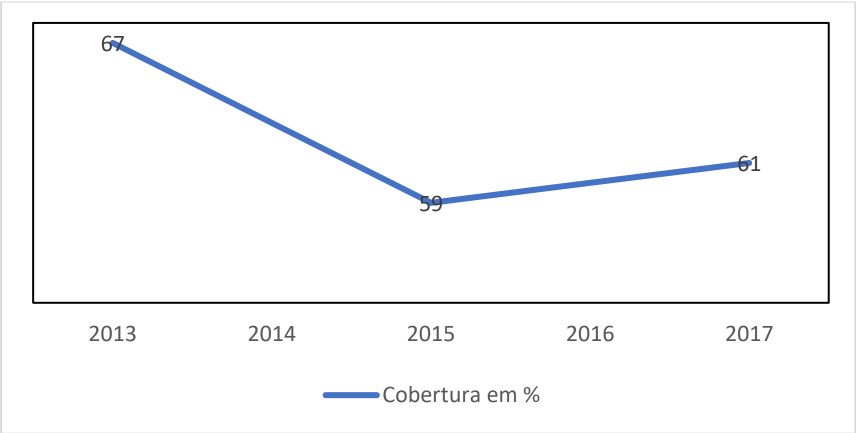
Fonte: acervo dos estagiários.

R:a) II; b) V; c) IV; d) III; e) VIII; f) VII; g) X; h) I; i) IX; j) VI.

(20 minutos)

3) (ENEM 2018) A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.

Gráfico 3: campanha de vacinas.



Fonte: INEP.

Qual teria sido a cobertura dessa campanha em 2014?

R: $\frac{67+59}{2} = \frac{126}{2} = 63\%$

(15 minutos)

Avaliação:

A avaliação será proposta por meio de quatro itens:

- Da observação dos estagiários sobre a resolução individual da lista surpresa;
- Da disposição em participar das atividades práticas;
- Da participação com ideias e sugestões para a resolução de problemas;
- E da colaboração coletiva nos exercícios propostos.

Referências:

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática.** 5 ed. São Paulo: Moderna, 2002.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade:** 8º ano. 6.ed. São Paulo: Atual, 2009.

QUESTÕES do ENEM. INEP, 2020. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso: 13 out. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos matemática:** Conjuntos e função afim. São Paulo: Editora FTD, 2020.

7.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 3.

Aos vinte e dois dias do mês de outubro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o terceiro encontro do Promat. Estávamos os alunos participantes, nós estagiários e a professora orientadora, para darmos continuidade aos encontros do Projeto Promat.

A aula foi iniciada com um total de 18 alunos presentes. A sala foi organizada na noite anterior, de modo que fossem formados grupos de quatro alunos. Começamos com um recado dos estagiários sobre o Promat. Avisamos a eles que acontecerá no dia 29, o dia do próximo encontro; que o mesmo ocorrerá nas dependências do prédio antigo da Universidade, pois o dia que se realiza o Projeto Promat antecede o dia das eleições de segundo turno em 2022, sendo que não poderemos ocupar o prédio onde atualmente o projeto é desenvolvido.

Figura 25: organizando a sala de aula.

Fonte: acervo dos estagiários.

Iniciamos a aula resolvendo os exercícios de equações de primeiro grau deixados na aula anterior. Eles foram projetados na lousa e seguimos discutindo com eles a resolução. No primeiro ciclo da aula enunciamos os conteúdos a serem trabalhados no dia e começamos com uma introdução a sistemas lineares, associando o que vimos na aula anterior, que foi equações. Então, pedimos que os alunos pegassem as folhas que estavam grudadas embaixo de suas mesas, que haviam sido grudadas pelos estagiários na noite anterior, para resolverem os sistemas propostos. Os sistemas eram constituídos por *emojis* para que fosse de mais fácil entendimento. Circulamos pela sala e passamos nos grupos. Fomos discutindo com eles formas de resolver, percebemos durante a aplicação da atividade que cometemos alguns equívocos em algumas das expressões que havíamos proposto. Por exemplo colocamos parênteses como uma forma de priorizar o cálculo e muitos interpretaram a expressão como distributiva, mas, na verdade não era. Passamos nos grupos explicando a dualidade dos parênteses. Muitos tiveram problema até mesmo nas primeiras linhas, pois se tinham variáveis diferentes eles colocavam o mesmo valor para ambas, por exemplo

$$x+y=10$$

os alunos colocavam os seguintes valores para as variáveis

$$x=5 \text{ e } y=5$$

Tendo visto este erro recorrente fomos auxiliando-os e, a maioria compreendeu e conseguiu desenvolver a atividade; seguimos formalizando-a no quadro com os alunos. Na sequência fizemos o fechamento desta parte do conteúdo.

Em seguida fizemos uma breve discussão com os alunos sobre os conjuntos numéricos, durante a discussão a professora orientadora falou algumas curiosidades sobre as letras que representam cada conjunto, como o conjunto dos inteiros que é representado pela letra “Z” que tem origem no alemão, *Zahl*[3] que significa número. Após o fechamento fizemos uma atividade prática com os alunos, na qual eles retiraram de uma urna um número e no quadro havia sido feito um desenho usual dos conjuntos, nele eles deveriam escrever o número retirado no(s) conjunto(s) localizando-o na posição(ões) correta(s), todos foram ao quadro e participaram. Responderam corretamente, ao final da prática conferimos com eles as respostas feitas no quadro. Um dos alunos até questionou o motivo de não incluirmos o conjunto dos números complexos e explicamos que o conjunto não seria abordado nas nossas aulas, mas questionou onde ele se encaixaria. Com isso o incluímos no quadro como

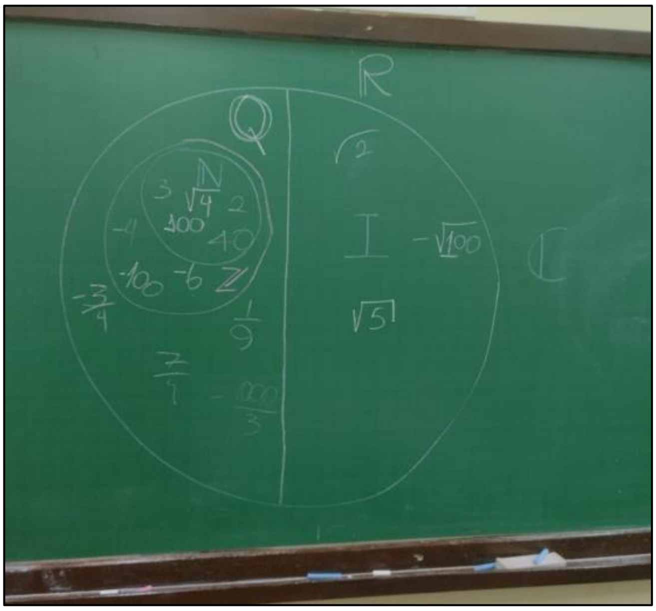
[3] "**Zahl**" em português; **Zahl** {f.} · número; cifra; algarismo; dígito; **zahlen** {v.} · pagar; contar; cobrar; **Zahlen** {f. pl.} · números. Fonte: https://pt.bab.la/dicionario/alemao-portugues/zahl. Acessado em: 22 fev.2023

um conjunto que contém os números reais. Ele pareceu compreender com nossa explicação.

Figura 26: urna para sorteio.

Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 27: conjuntos numéricos



Fonte: acervo dos estagiários.

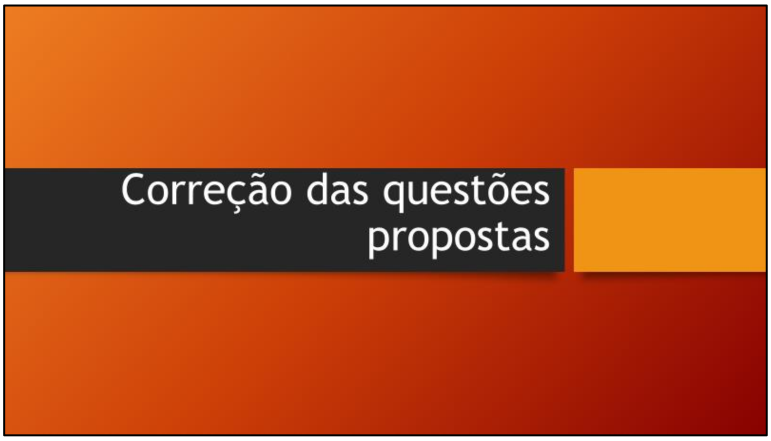
Na sequência engatamos outra prática para qual os alunos se dividiram em grupos . Cada grupo representava um conjunto numérico e cada um dos membros ganharam um número cada. No quadro colocamos uma regra de relação e os grupos selecionados deveriam ver quais elementos se relacionavam com o outro conjunto.

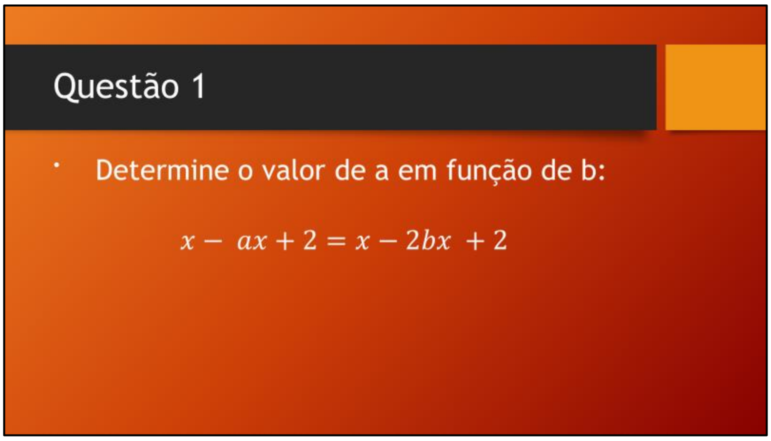
Utilizando um barbante eles fizeram as ligações, a atividade foi rápida os alunos ficaram em pé para realizá-la.

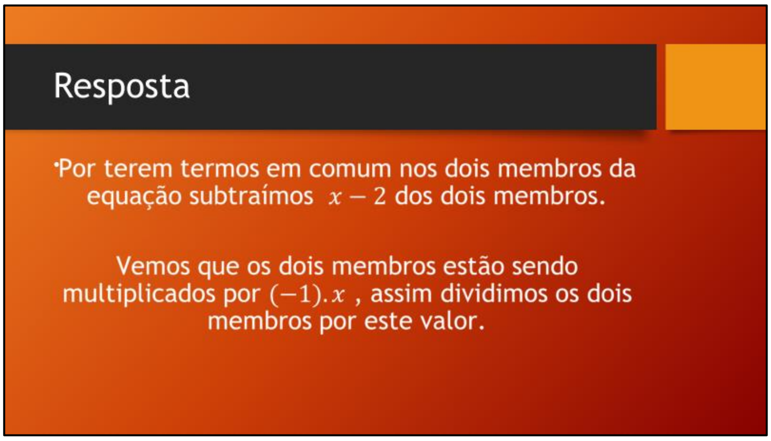
Depois foram aplicadas as questões do ENEM. A primeira consistia em interpretar o gráfico de uma função (ENEM 2015) “Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e o número de ligações feitas é:” abaixo estavam os gráficos. Os alunos acharam a questão proposta fácil. Já a segunda questão (ENEM 2020) “Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas. Qual é a expressão que determinou o lucro *L* em função de x obtido por esse produtor nesse ano?” eles a acharam mais difícil pois tinham que achar a expressão que determinava o lucro. Em sequência fizemos uma atividade de associar as funções aos seus gráficos que estavam nas lâminas. Foram criadas no *GeoGebra*, atividade foi feita de forma oral e a maioria dos alunos participou, durante essa atividade fomos questionando-os sobre o porquê tal função não se aplicaria ao gráfico indicado, poucos alunos se sentiram à vontade em falar.

Para finalizar o encontro entregamos a questão do ENEM 2018, a qual não deu tempo de fazer em sala de aula, pois fomos levar os alunos para mostrar onde seriam as salas de aula do próximo encontro.

7.3 MATERIAL UTILIZADO.







Questão 2

Eu tinha um kit de bottons que organizei em duas caixas com mesma quantia e sobraram sete. No meu aniversário eu ganhei do meu pai uma caixa idêntica com dois bottons faltando e minha mãe me deu mais 25 recém comprados, e no final descobri que minha coleção havia dobrado. Quantos bottons eu tenho agora?

Resposta

- Descrevemos o problema com uma equação:

$$2c + 7 = (c - 2) + 25,$$

onde a igualdade descreve que a coleção dobrou.

Precisamos saber quanto tem em cada caixa, e logo isolar um membro para a incógnita e outro para os valores. Assim, temos:

$2c - c = -2 + 25 - 7$, portanto

Resposta

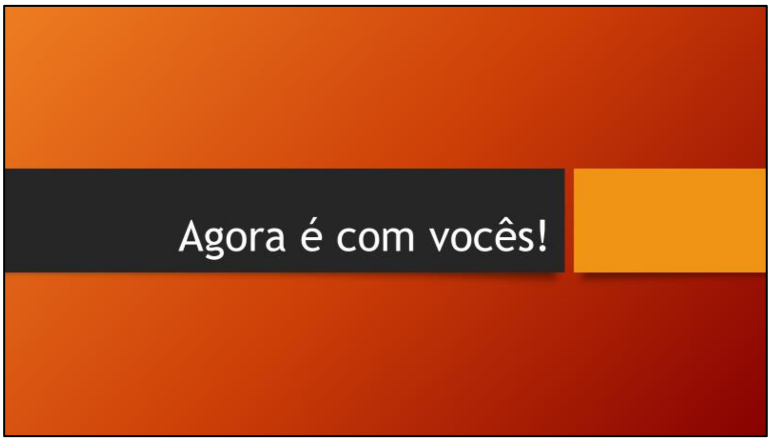
Como em cada caixa tem 16 *bottons*, podemos calcular quantos ela tinha:

$$2c + 7$$
$$(2 \times 16) + 7$$
$$32 + 7 = 39$$

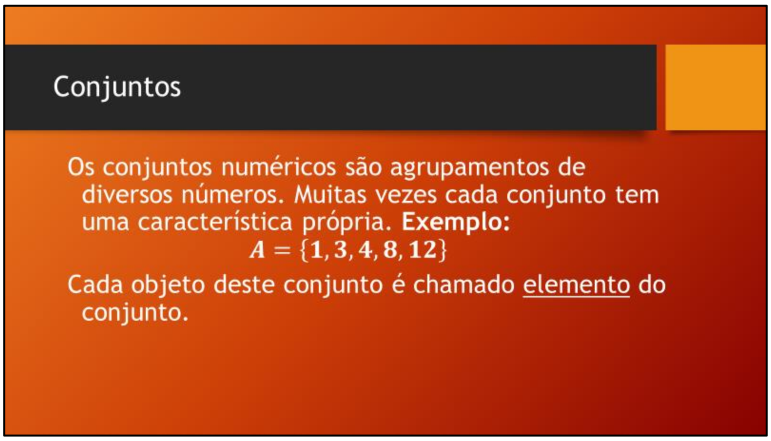
Assim, ela tinha 39 *bottons*, mas como a coleção foi dobrada ela ficou com:

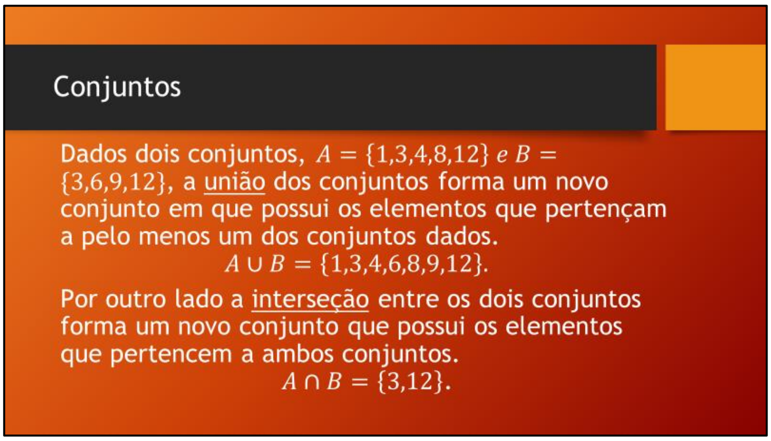
$$2 \times 39 = 78$$

Sistemas de Equações


Agora é com vocês!


Conjuntos


Conjuntos
Os conjuntos numéricos são agrupamentos de diversos números. Muitas vezes cada conjunto tem uma característica própria. **Exemplo:**
$\boldsymbol{A = \{1, 3, 4, 8, 12\}}$
Cada objeto deste conjunto é chamado elemento do conjunto.


Conjuntos
Dados dois conjuntos, $A = \{1,3,4,8,12\}$ e $B = \{3,6,9,12\}$, a união dos conjuntos forma um novo conjunto em que possui os elementos que pertençam a pelo menos um dos conjuntos dados.
$A \cup B = \{1,3,4,6,8,9,12\}.$
Por outro lado a interseção entre os dois conjuntos forma um novo conjunto que possui os elementos que pertencem a ambos conjuntos.
$A \cap B = \{3,12\}.$

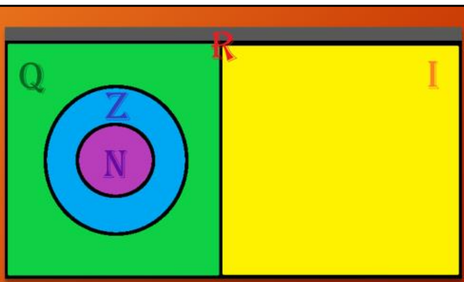
Conjuntos

Se um conjunto tem todos os elementos dele pertencendo a outro, dizemos que o conjunto está <u>contido</u> no outro conjunto. Pode-se referir também que <u>B é subconjunto de A</u>. Exemplo:

$$A = \{2,4,6,8,10\}, B = \{4,6,8\}.$$

Portanto $B \subset A$ (B contido em A).

OBS: Note que a união dos conjuntos forma o conjunto A.



Conjuntos númericos

$(\mathrm{N} \subset \mathrm{Z} \subset \mathrm{Q}) \cup \mathrm{I} = \mathrm{R}$

Relações

Relações

As relações ocorrem entre dois conjuntos seguindo ou não alguma regra matemática.

A relação tem como elementos o **<u>domínio</u>** (conjunto do qual se começa) e o **<u>contradomínio</u>** (conjunto do qual a relação é estabelecida). A **<u>imagem</u>** é composta pelos elementos do contradomínio que possuem pelo menos uma ligação com um elemento do domínio

Função Afim

A função polinomial de primeiro grau

O que é uma função?

Uma função é uma relação entre dois conjuntos na qual todo elemento do domínio possui um e somente um elemento do contradomínio relacionado.

Elementos de uma função

As características mais conhecidas de uma função são sua **equação** e seu **gráfico**.

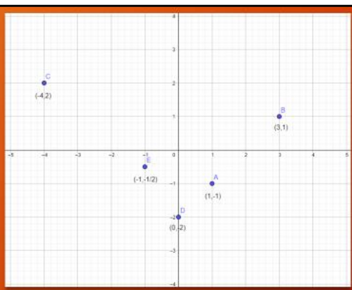
A **equação** é a fórmula matemática na qual os elementos do domínio se relacionam ao contradomínio.

O **gráfico** é a representação visual da relação estabelecida entre domínio e imagem na forma de coordenadas.

O que é coordenada?

A coordenada em um gráfico de uma função é a localização de um ponto. Por exemplo (3,5) é a coordenada que possui 3 unidades para x e 5 unidades para y.

O sistema cartesiano é a composição de todos os pontos possíveis dentro do conjunto das coordenadas reais.



Exemplo de pontos no cartesiano

Vamos resolver!

ENEM

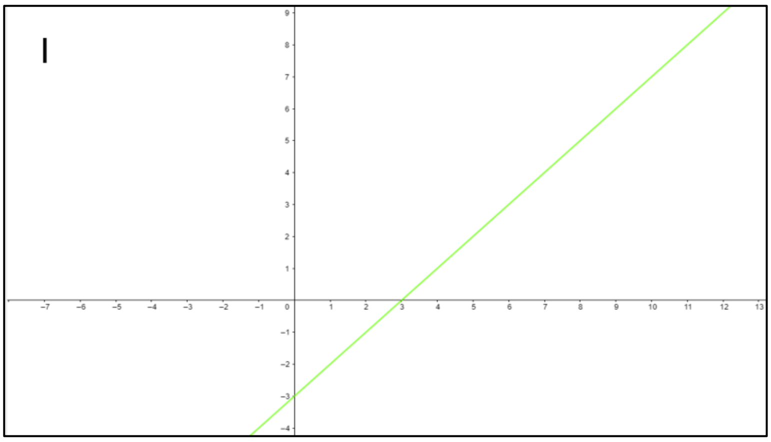
1) (ENEM 2020) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1 200,00 por hectare plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro *L* que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu x sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Qual é a expressão que determinou o lucro *L* em função de x obtido por esse produtor nesse ano?

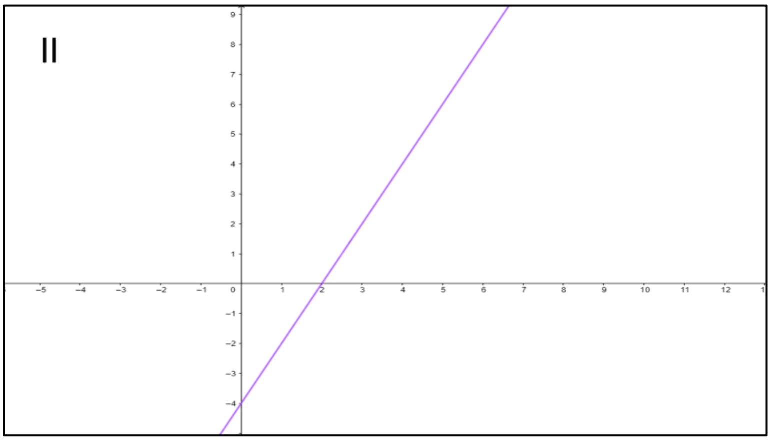
2) Associe as funções a seguir com seu respectivo gráfico.

a) 2x-4
b)x-2
c)x+2
d)x
e)-2x+1
f)x+1
g)2x+2
h)x-3
i)-x+1
j)2x

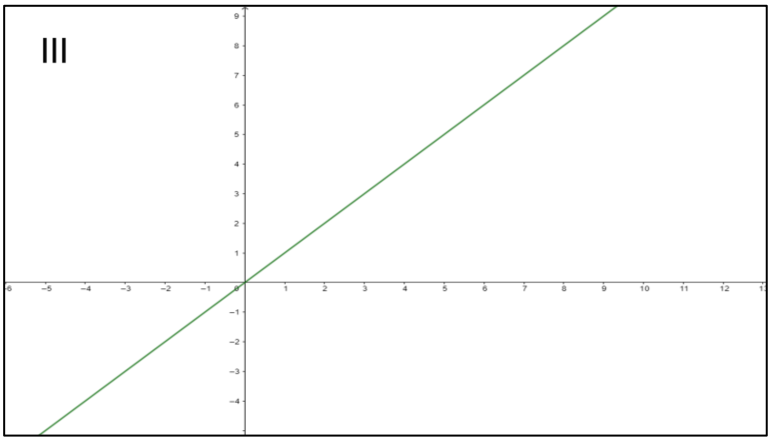
I



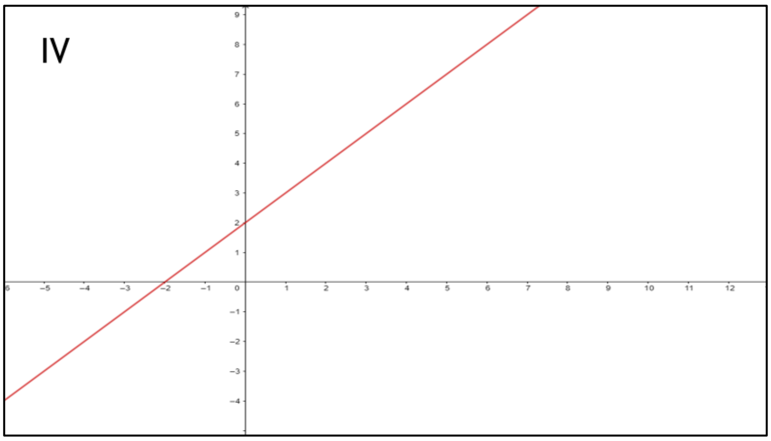
II

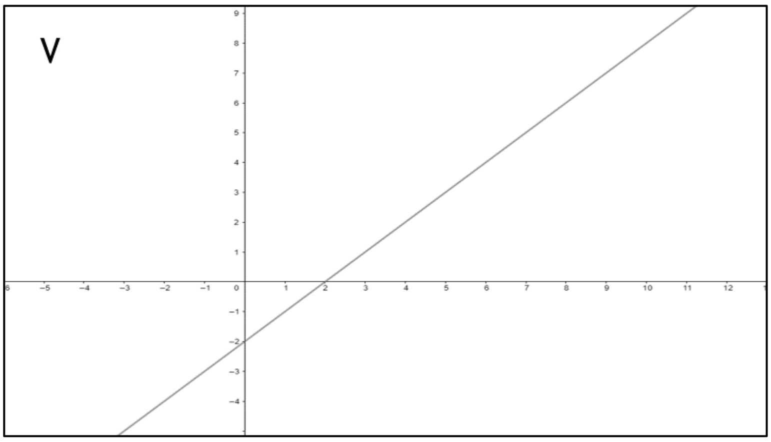


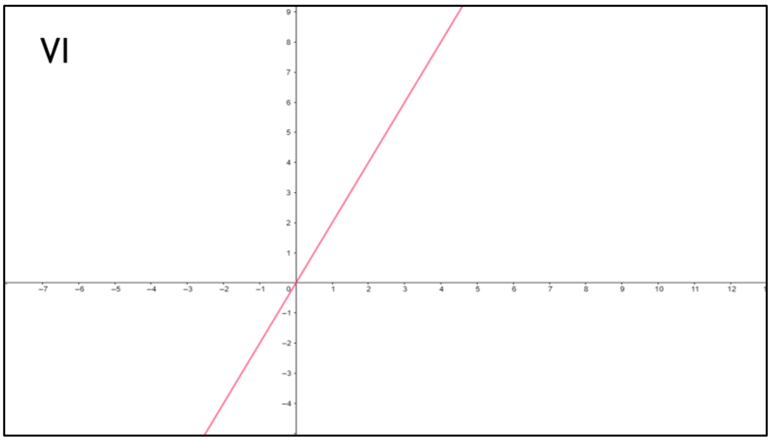
III

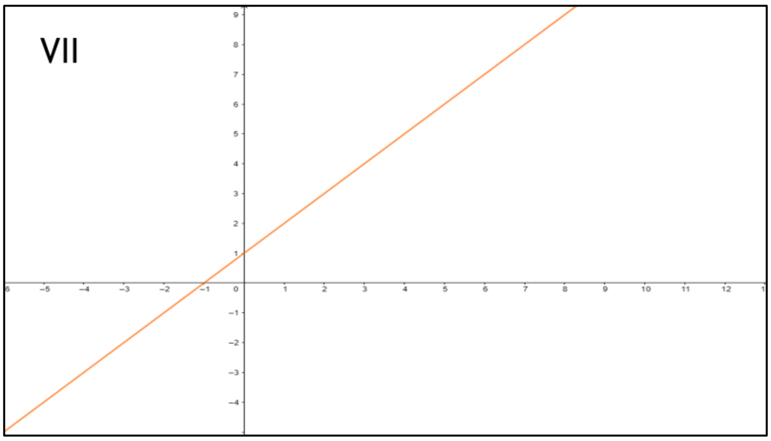


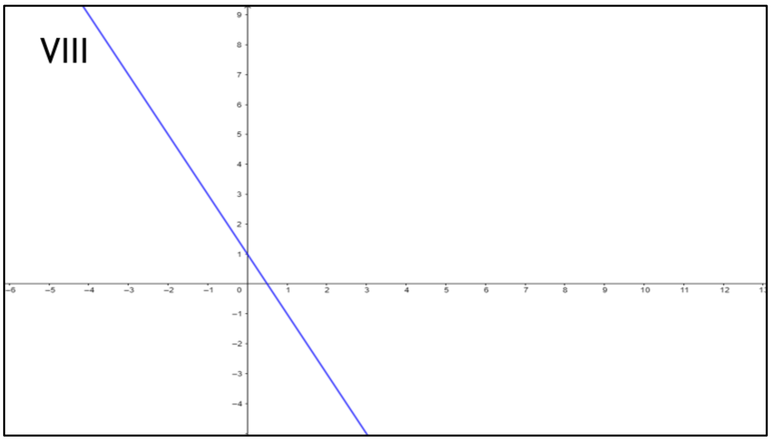
IV

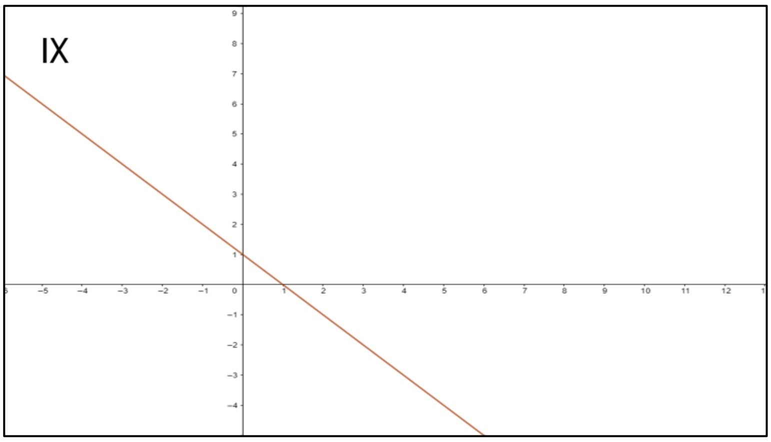


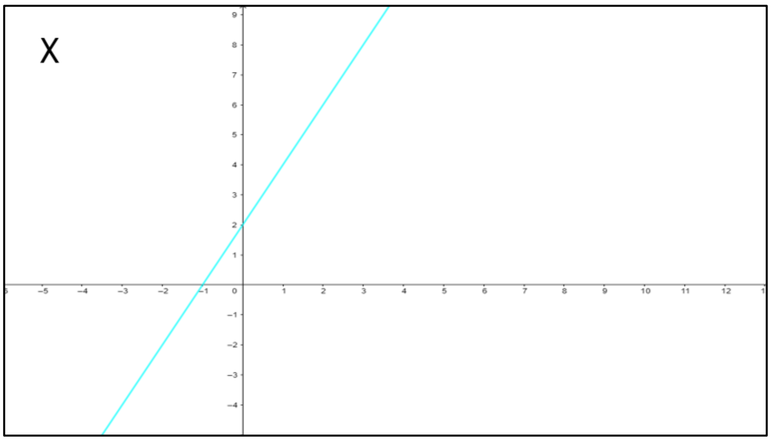

V


VI


VII


VIII



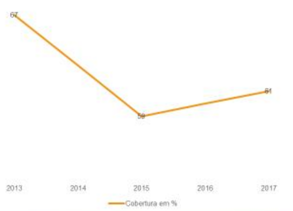


ENEM

3) (ENEM 2018) A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.

ENEM

Qual teria sido a cobertura dessa campanha em 2014?



8. ENCONTRO 4.

8.1 PLANO DO ENCONTRO 4 – 29/10/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Funções.

Objetivo geral: Reconhecer e explorar a linguagem algébrica; interpretar gráficos.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com o conteúdo acima mencionado objetiva-se:

- Conceituar função;
- Localizar pontos no plano cartesiano;
- Validar sentenças algébricas;
- Traçar gráficos de função no plano cartesiano;
- Diferenciar os tipos de função;
- Interpretar e reunir dados a partir de gráficos.

Conhecimento prévios: Operações básicas.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Atividade impressa; Computador; *GeoGebra*; Régua; Multimídia.

Encaminhamento metodológico:

A aula será iniciada com uma aplicação prática sobre funções, na qual serão utilizados os talões de luz ou de água trazido pelos alunos. Na sequência introduziremos o *software Geogebra* por meio do qual os estagiários explorarão um roteiro impresso.

Utilizando a função afim, a função constante e a função linear apresentadas no último encontro se prosseguirá com o tema de funções. Por meio de exemplos e gráficos serão apresentados e explorados os conceitos de função crescente e função decrescente, e serão propostos exercícios para classificar as funções, tanto fornecendo as expressões algébricas, quanto observando o comportamento da função no gráfico correspondente

I. $a(x) = x + 5$

R: crescente

II. $b(x) = -4x + 20$

R: decrescente

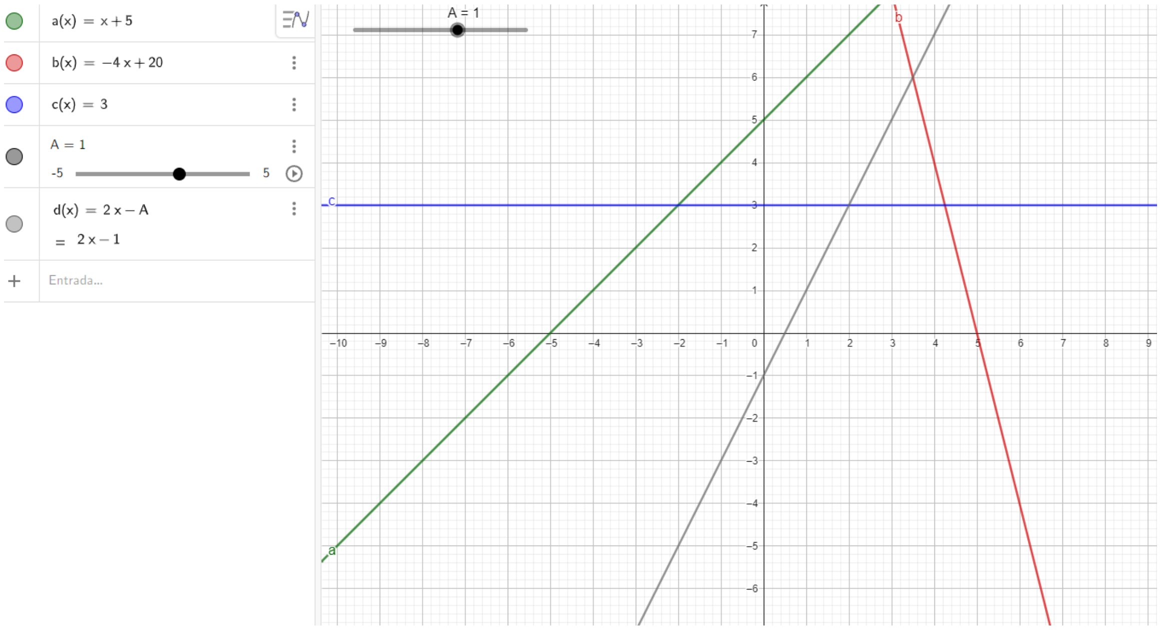
III. $c(x) = 3$

R: constante

IV. $d(x) = 2x - a$

R: crescente

Figura 28: visualização de funções crescentes, decrescentes e constantes no *GeoGebra*.



Fonte: acervo dos estagiários.

(10 minutos)

Aproveitando a sequência será exibida a função modular para os alunos. Serão mostradas situações nas quais ocorre o deslocamento do gráfico por meio de recursos do *Geogebra*. Com a proposição de problemas os alunos deverão esboçar gráficos que correspondem às seguintes equações.

I. $e(x) = |2|$

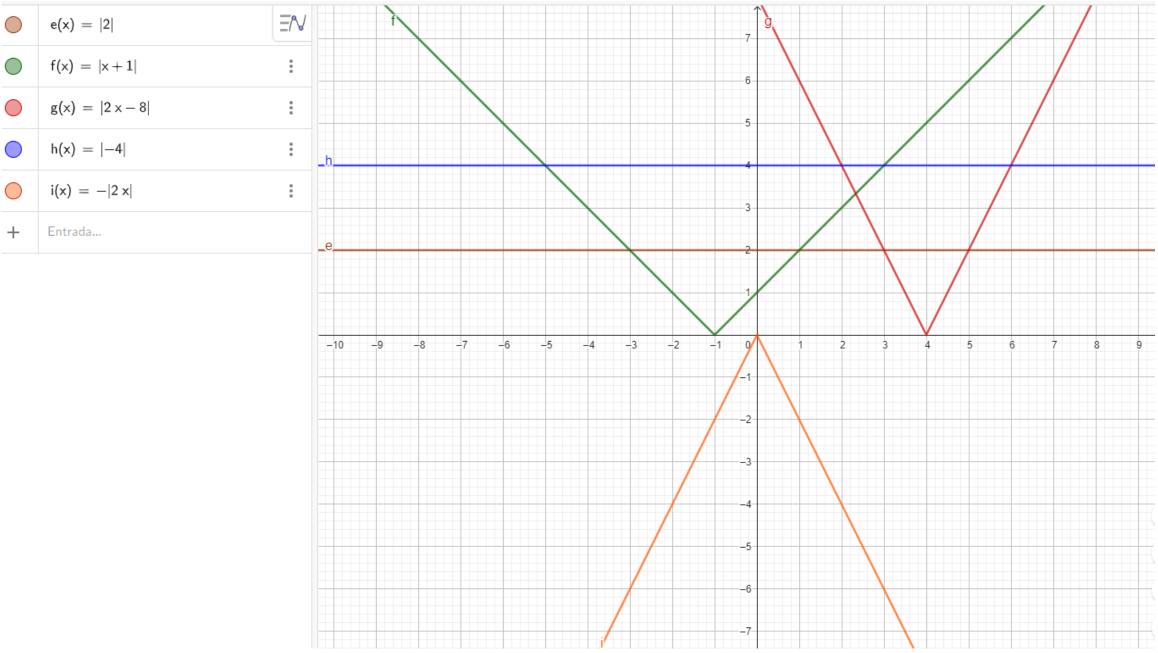
II. $f(x) = |x + 1|$

III. $g(x) = |2x - 8|$

IV. $h(x) = |-4|$

V. $i(x) = -|2x|$

Figura 29: visualização de funções modulares no *GeoGebra*.



Fonte: acervo dos estagiários.

Será proposta uma equação para os alunos resolverem de maneira gráfica, ou caso consigam, de maneira algébrica.

- Se x²-3x=4 quanto vale x?

R: $x^2 - 3x - 4 = 0$à$\frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times -4}}{2 \times 1}$à$\frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2}$à$\frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$à$\frac{3 \pm 5}{2}$

$$x_1 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Logo x pode valer 4 e -1

(20 minutos)

A partir da equação do segundo grau definida em sua forma geral espera-se, que os alunos compreendam posteriormente a função quadrática. Será apresentada a fórmula resolutiva da equação do segundo grau.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Juntamente com esta fórmula mostraremos a equação que fornece a soma e produto para os alunos

$$n_1 = \frac{-b}{a} \qquad n_2 = \frac{c}{a}$$

encontraremos x_1 e x_2 que satisfaçam $\begin{cases} n_1 = x_1 + x_2 \\ n_2 = x_1 \times x_2 \end{cases}$

(25 minutos)

A função do segundo grau será definida e a diferença do seu gráfico com as demais funções estudadas será destacada através de exemplos. Será relembrado que a coordenada do vértice obtido pela equação:

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

I. $j(x) = x^2 + x - 4$

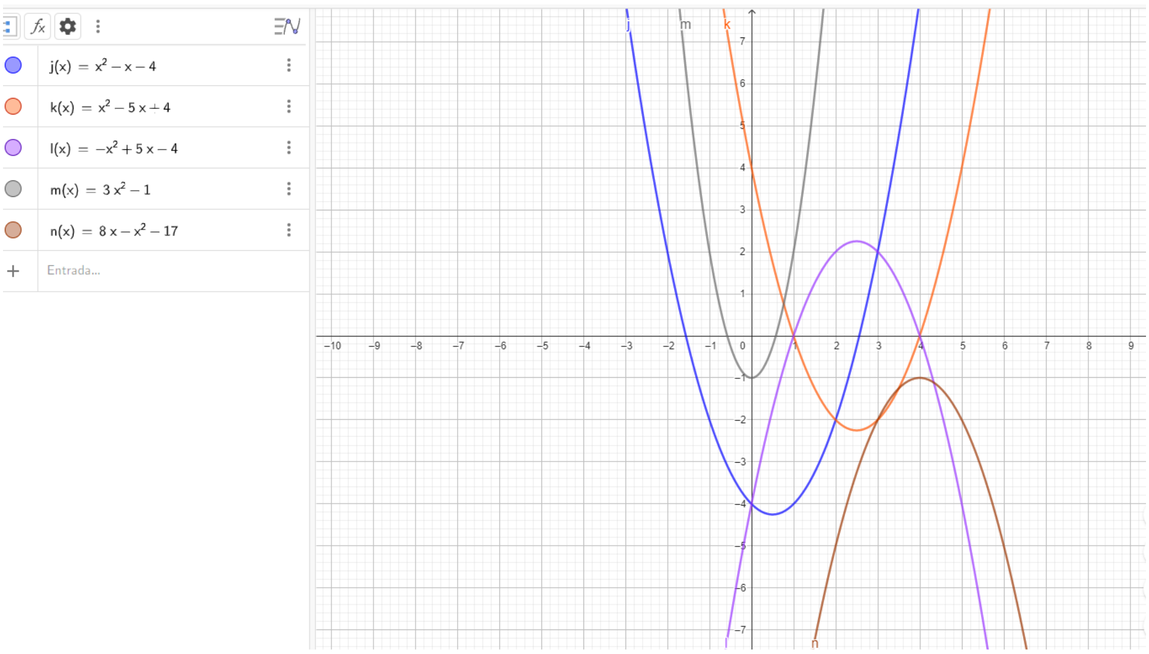
II. $k(x) = x^2 - 5x + 4$

III. $l(x) = -x^2 + 5x - 4$

IV. $m(x) = 3x^2 - 1$

V. $n(x) = 8x - x^2 - 17$

Figura 30: visualização de funções do segundo grau no *GeoGebra*.



Fonte: acervo dos estagiários.

(25 minutos)

Serão apresentadas as funções polinomiais, exponencial e logarítmica juntas para mostrar, inclusive na representação gráfica, que são funções inversas. Com este conceito serão abordadas as funções inversas. Por meio de exemplos os estagiários vão construir os gráficos no *software Geogebra*.

I. $o(x) = x^3$

II. $p(x) = x^4$

III. $q(x) = -x^3 + 2x^2 - 9x + 40$

IV. $r(x) = 2^x$

V. $s(x) = -3^x$

VI. $t(x) = log_2 x$

VII. $u(x) = log_{10} x$

Figura 31: visualização de funções polinomiais, exponenciais e logarítmicas no *GeoGebra*.

Fonte: acervo dos estagiários.

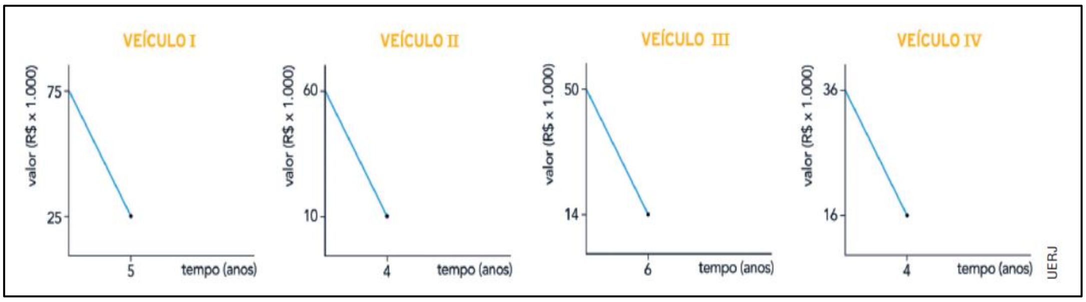
Serão propostas atividades relacionadas aos conteúdos visualizados durante o encontro para os alunos resolverem no *site Kahoot*.

(30 minutos)

Por fim, será entregue uma lista com questões contendo o conteúdo do encontro que será distribuída para resolverem no restante da aula e terminarem em casa.

1) (UERJ 2018) Os veículos para transporte de passageiros em determinado município têm vida útil que varia entre 4 e 6 anos, dependendo do tipo de veículo. Nos gráficos está representada a desvalorização de quatro desses veículos ao longo dos anos, a partir de sua compra na fábrica.

Figura 32: modelo de veículos.



Fonte: UERJ.

Com base nos gráficos, o veículo que mais desvalorizou por ano foi qual?

2) (ENEM 2019) Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R$ 1.000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um trabalha 2 dias por semana, recebendo R$ 80,00 por dia trabalhado. Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y, em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por:

a) Y = 80X + 920.

b) Y = 80X + 1 000.

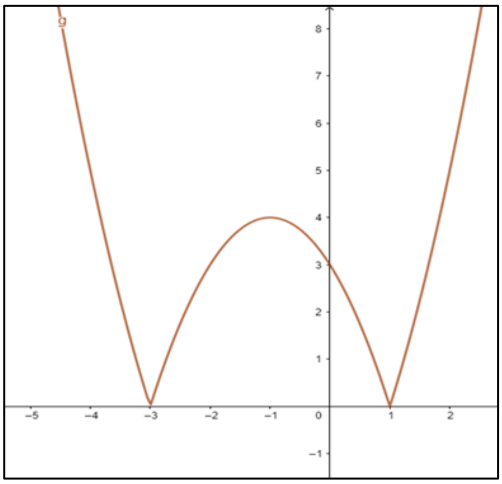
c) Y = 80X + 1 080.

d) Y = 160X + 840.

e) Y = 160X + 1 000.

3) A qual função o gráfico representa?

Figura 33: gráfico de função modular quadrática.



Fonte: acervo dos estagiários.

a) $|x^2-3|$

b) $|x^2-2x+3|$

c) $|x^2-2x-3|$

d) $|x^2-2x|$

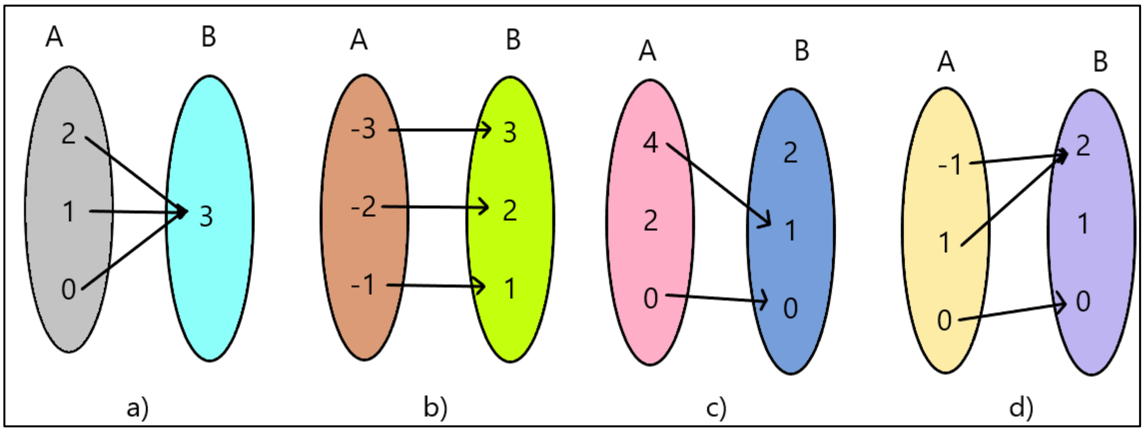
4) (VUNESP)Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita pela função do tempo (em segundos) pela expressão $h(t) = 3t – 3t^2$, em que h é a altura atingida em metros.

a) Em que instante t o grilo retorna ao solo?

b) Qual a altura máxima em metros atingida pelo grilo?

5) Quais dos diagramas corresponde a uma função?

Figura 34: diagramas.

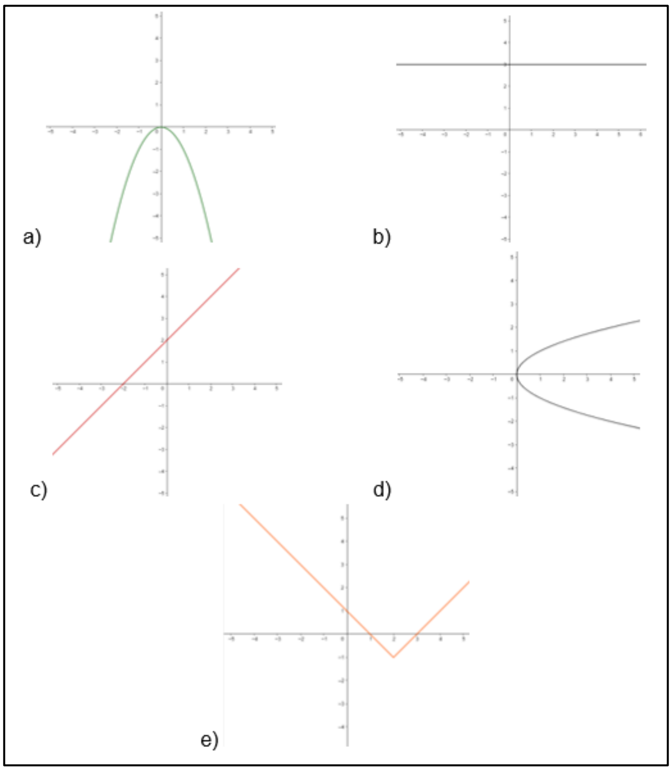


Fonte: acervo dos estagiários.

6) Do exercício anterior, quais são as equações das funções representadas?

7) Quais dos gráficos a seguir é uma função para os valores de x?

Figura 35: gráficos de relações.



Fonte: acervo dos estagiários.

8) Qual é o tipo de função representada em cada gráfico anterior?

Gabarito:

1)

Tabela 5: desvalorização por ano dos automóveis.

Veículo	Valor inicial- valor final	Média de redução do valor (por ano)
I	75000-25000	10000
II	60000-10000	12500
III	50000-14000	6000
IV	36000-16000	5000

Fonte: acervo dos estagiários.

Portanto o veículo II foi o que mais desvalorizou por ano

2) d)

3) c)

4)a) $3t - 3t^2 = 0$à $\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times-3\times0}}{2\times-3}$ à $\frac{-3\pm3}{-6}$

$x_1 = \frac{-3+3}{-6} = 0$ não é o que procuramos

$$x_2 = \frac{-3-3}{-6} = \frac{-6}{-6} = 1$$

Portanto ele retorna em 1 segundo

b) $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) \rightarrow \left(-\frac{3}{2\times-3}, -\frac{9}{4\times-3}\right) \rightarrow \left(-\frac{3}{-6}, -\frac{9}{-12}\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

Considerando que queremos a altura máxima, ou seja a imagem $\left(\frac{3}{4}\right)$ que é fornecida em metros temos que a altura máxima é 0,75m.

5)a) b) e d)

6)a) b=3

b) b=|a|

d)b=a²

7)a), b), c) e e)

8)a) função de segundo grau

b) função constante

c) função afim

e) função modular.

(30 minutos)

Avaliação: A proposta avaliativa do encontro será a colaboração e empenho dos alunos ao longo da aula. Os estagiários ajudarão alunos com dificuldade no uso do *Geogebra*. Também será avaliado o resultado obtido no jogo do *site Kahoot.*

Referências:

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática,** volume único. São Paulo: Ática, 2005.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática:** ciência, linguagem e tecnologia. São Paulo: Scipione, 2010.

SILVA, Claudio Xavier da; FILHO, Benigno Barreto. **Matemática aula por aula.** 1ª série, 2 ed. renov. São Paulo: FTD, 2005. Coleção Matemática aula por aula.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos matemática:** Conjuntos e função afim. São Paulo: FTD, 2020.

8.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 4.

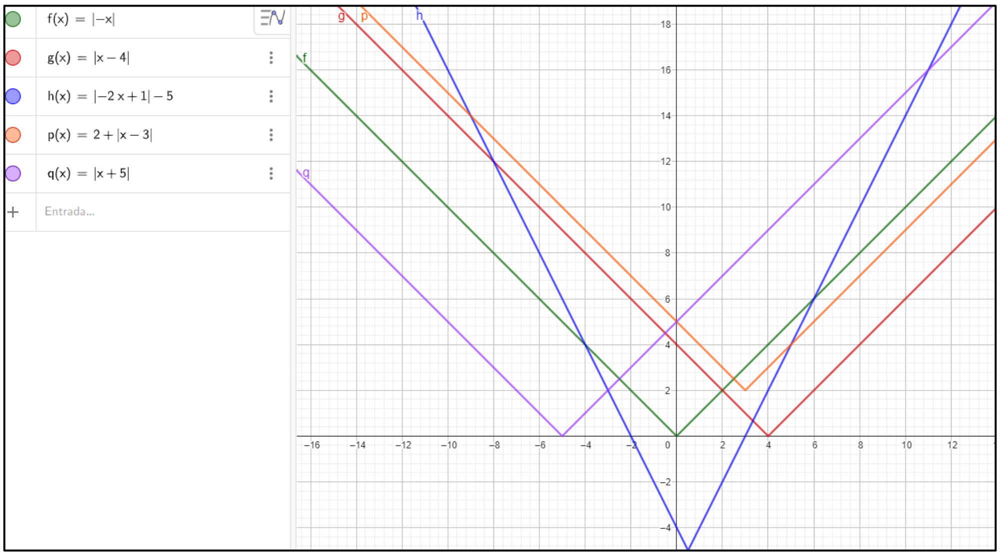
Aos 29 dias do mês de outubro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o quarto encontro do Promat, nós estagiários e a professora orientadora, para iniciarmos a execução do Projeto.

A aula nesse encontro foi realizada no laboratório de informática localizado no bloco antigo da Unioeste – *campus* Cascavel, estando presentes 14 alunos. Foi iniciada a aula com um exemplo prático para demonstrarmos onde estavam presentes as funções no nosso dia a dia. Para isso utilizamos as contas de luz dos alunos que nos trouxeram, conforme havíamos combinado previamente. Calculamos a média do valor por Watts, e a partir disso mostramos a taxa fixa e a taxa variável na função relacionada à conta de luz. Na taxa fixa utilizamos o exemplo da iluminação pública e na variável o consumo a quantia de Watts gastos no mês. Os alunos mostraram ter entendido a relação feita ao passarmos nas bancadas. Foi possível notar que ao utilizarem as funções no *GeoGebra* perguntando a eles qual era o termo fixo e o termo variável ou dependente da função, verificamos que houve aprendizagem. Os alunos explicavam para nós a relação associando sua ideia na atividade inicial sobre a conta de luz, o que nos satisfez por terem compreendido a intencionalidade da atividade.

Na sequência introduzimos o uso do *software GeoGebra* e os alunos compreenderam rápido o modo de uso e posteriormente já começamos a propor funções para que eles explorassem. Fomos auxiliando quem estava com dificuldade e mostrando as particularidades de cada função; exploramos com eles funções afim, de segundo grau, modular e constante, num primeiro momento.

Na função modular os alunos exploraram a questão do sinal, no *software* eles ficaram surpresos em ver que o sinal de negativo, caso estivesse fora do módulo o gráfico da função ficava inteiramente com imagem negativa. Também, acharam interessante como um termo independente agia dentro e fora do módulo por meio do seu sinal.

Figura 36: funções modulares no *GeoGebra*.

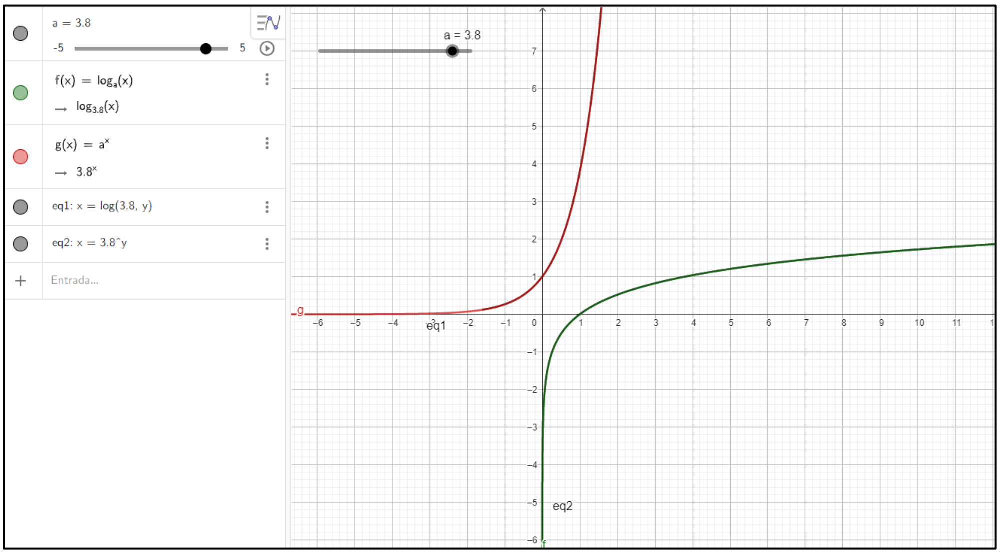


Fonte: produção de um aluno, acervo dos estagiários.

Mostramos para eles algumas formas de resolver equações do segundo grau sendo estas a fórmula resolutiva, a soma e produto, e a de completar quadrados perfeitos. Comentamos também como encontrar o vértice da parábola. Ao final da explicação houve uma socialização juntamente com a professora orientadora sobre como surgiram os métodos resolutivos da equação de segundo grau ao longo da história. Os alunos participaram da discussão contribuindo com seus conhecimentos sobre como a matemática foi desenvolvida e expondo dúvidas.

Após o intervalo, abordamos as funções polinomial, logarítmica e exponencial no quadro e com suas representações gráficas no GeoGebra. Por meio do *software*, os alunos perceberam que o grau de uma função polinomial interfere na quantidade máxima de raízes possíveis. Observaram também que as funções logarítmicas e exponenciais são inversas uma da outra, visualizando o eixo de simetria.

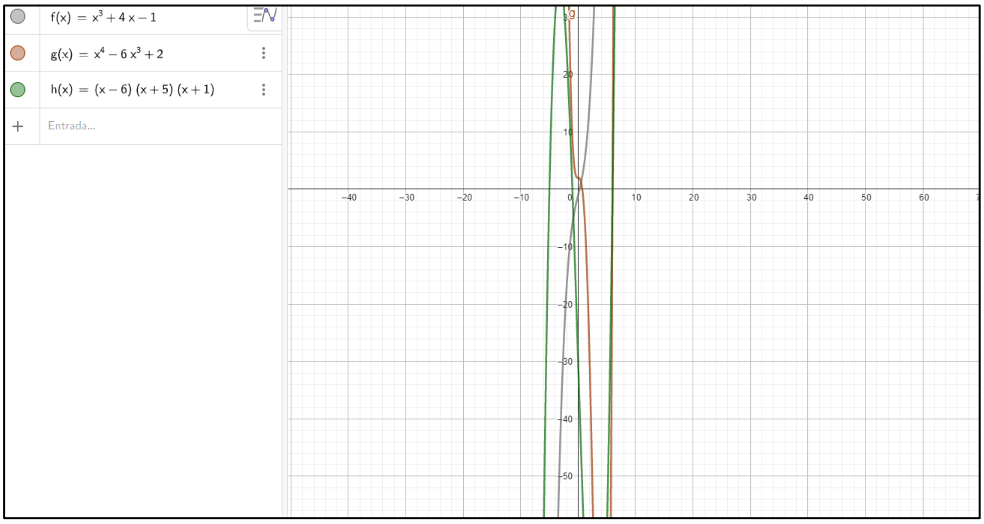
Figura 37: Funções exponencial e logarítmica no *GeoGebra*.



Fonte: produção de um aluno; acervo dos estagiários.

Percebendo a curiosidade dos alunos quanto a maneira que conseguimos definir uma função polinomial de um determinado grau que possui um certo número de raízes, resolvemos ensiná-los a fazer também as equações das funções em suas formas canônicas. Os alunos produziram diversas funções curiosas com até dez raízes distintas e disseram que agora saberiam criar funções com comportamentos que conseguiriam controlar.

Figura 38: funções polinomiais no *GeoGebra*.



Fonte: produção de um aluno; acervo dos estagiários.

Fizemos com eles algumas questões que havíamos elaborados utilizando o *Kahoot*. As perguntas apareciam na lousa e os alunos respondiam por meio do computador de acordo com a cor da resposta correta. Por meio desta atividade, fizemos uma avaliação da aula desenvolvida de acordo com a assimilação do conteúdo, a qual, pelo uso desse recurso, teve bons resultados.

Ao final propusemos as questões referentes ao conteúdo para resolverem utilizando as informações contidas no mapa mental distribuído e o *GeoGebra* caso sentissem necessidade. As resoluções desses exercícios foram encaminhados aos alunos no grupo de *WhatsApp* do qual os estagiários controlam e interagem com os alunos participantes, além de encaminhar materiais se necessário.

Com o encerramento da aula, concordamos que a tecnologia, caso bem utilizada pelo docente, é de fato muito proveitosa, pois com ela os alunos demonstraram muito interesse sobre o conteúdo. Os alunos também utilizaram o *GeoGebra* para explorar funções mais complexas no tempo livre e, quando questionados, com exceção dos ingressantes na graduação nunca tinham estudado matemática com base na exploração como foi essa aula, indicando que gostariam de outros encontros desta forma.

9. ENCONTRO 5.

9.1 PLANO DO ENCONTRO 5 – 05/11/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Geometria plana.

Objetivo geral: Sintetizar o conhecimento o comportamento de estruturas no plano, a partir de conceitos básicos primitivos como ponto, reta e plano.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados objetiva-se:

- Discutir a geometria presente na vida;
- Distinguir figuras geométricas;
- Relembrar conceitos básicos da geometria;
- Investigar ângulos internos e externos;
- Descrever proporções;
- Calcular medidas de perímetro.

Conhecimento prévios: Operações básicas.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Atividade impressa; Triângulos; Barbante; Objetos circulares; Régua; *GeoGebra*; Multimídia; *Microsoft PowerPoint.*

Encaminhamento metodológico:

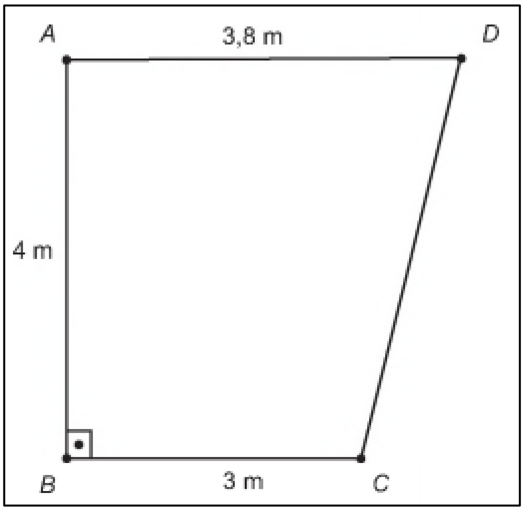
A aula será iniciada com uma questão do ENEM sendo proposta para os alunos resolverem. Separamos a questão a seguir, com a qual a aula será iniciada.

(ENEM 2017) Um fabricante recomenda que, para cada m² do ambiente a ser climatizado, são necessários 800 BTUh, desde que haja até duas pessoas no ambiente. A esse número devem ser acrescentados 600 BTUh para cada pessoa a mais, e também para cada aparelho eletrônico emissor de calor no ambiente. A seguir, encontram-se as cinco opções de aparelhos desse fabricante e suas respectivas capacidades térmicas:

- Tipo I: 10 500 BTUh
- Tipo II: 11 000 BTUh
- Tipo III: 11 500 BTUh
- Tipo IV: 12 000 BTUh
- Tipo V: 12 500 BTUh

O supervisor de um laboratório precisa comprar um aparelho para climatizar o ambiente. Nele ficarão duas pessoas mais uma centrífuga que emite calor. O laboratório tem forma de trapézio retângulo, com as medidas apresentadas na figura.

Figura 39: área do laboratório.



Fonte: INEP.

Para economizar energia, o supervisor deverá escolher o aparelho de menor capacidade térmica que atenda às necessidades do laboratório e às recomendações do fabricante.

A escolha do supervisor recairá sobre o aparelho do tipo

A) I.

B) II.

C) III.

D) IV.

E) V.

Resposta:

Analisando a área do laboratório podemos notar que possui um formato de trapézio. Com isso conseguimos calcular a sua área sendo:

$$A_l = \frac{3 + 3{,}8}{2} \times 4$$

$$A_l = \frac{6{,}8}{2} \times 4$$

$$A_l = 3{,}4 \times 4$$

$$A_l = 13{,}6 \text{ m}^2$$

O exercício fornece que para cada metro quadrado é necessário 800 BTUh. Logo $13{,}6 \times 800 = 10880$ BTUh.

Como ficarão na sala duas pessoas e um aparelho que emite calor precisamos adicionar 600 BTUh

$10880 + 600 = 11480$ BTUh.

Com isso o aparelho que é mais econômico é da alternativa C)

(30 minutos)

Logo após um tempo, os estagiários receberão a contribuição dos alunos e farão a correção da questão na lousa. Na sequência darão início a aula com o conteúdo de geometria plana. No primeiro momento, será entregue aos alunos uma folha sulfite para que façam triângulos quaisquer. Depois eles devem cortar as figuras e dividi-las em três partes sendo que cada uma deve conter uma ponta do triângulo formado. Será pedido para juntarem as pontas a fim de demonstrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180 graus. O processo será repetido para um quadrilátero para provar que possui 360 graus como soma dos ângulos internos.

(30 minutos)

Após este experimento será entregue uma tabela e pedido para que descubram a quantidade de triângulos, a medida do ângulo interno de polígonos regulares e a soma dos ângulos internos. Os alunos poderão usar recursos como transferidor, folhas e o *Geogebra* para extraírem dados. Após a resolução dos alunos serão feitos apontamentos por parte dos estagiários e a discussão dos resultados obtidos. Será apontado que o número de lados é dado por $n - 2$, a soma dos ângulos internos é dada por $(n - 2) \times 180$, e a medida de cada ângulo interno é dada por $\frac{(n-2)\times 180}{n}$, em que n é o número de lados.

Tabela 6: exploração de ângulos internos de polígonos.

Número de lados	Número de triângulos	Soma dos ângulos internos	Medida de cada ângulo interno (polígonos regulares)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Fonte: acervo; criação dos estagiários.

(50 minutos)

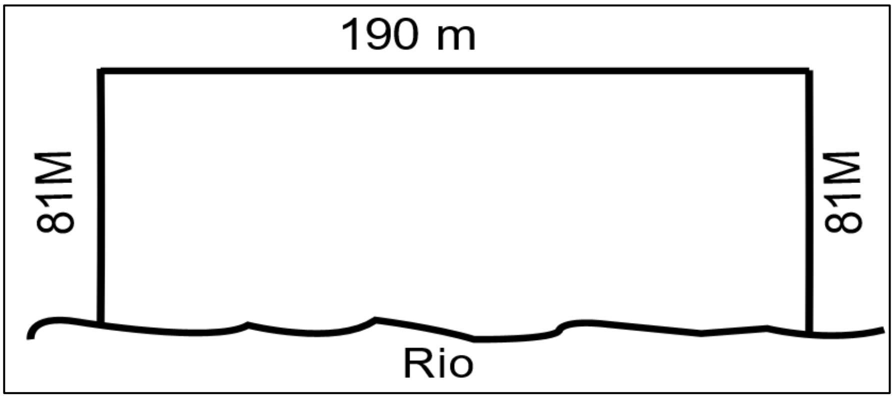
Após isso haverá uma atividade que consiste na decomposição das figuras planas em triângulos para facilitar o cálculo da soma dos ângulos internos. Essa atividade será feita no *GeoGebra* e têm como objetivo demonstrar que uma figura geométrica com mesmo número de lados tem a mesma soma dos ângulos internos, independente se for regular ou não.

(25 minutos)

Na sequência será proposto para que os alunos resolvam a questão a seguir.

(ENEM 2013) Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela será comprado para confecção de cerca contém 48 m de comprimento.

Figura 40: área a ser cercada.



Fonte: INEP.

A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é.

a) 6

b) 7

c) 8

d) 11

e) 12

Resposta: Será necessário calcular o comprimento total da área primeiramente

$$C_t = 81 + 190 + 81 = 352$$

Dividindo esse valor pelo comprimento de cada rolo temos

$$\frac{352}{48} = 7{,}33 \ldots$$

Assim são necessários ao menos oito rolos para cercar o terreno. A resposta correta é a letra c)

(15 minutos)

Será apresentado o cálculo do perímetro de uma figura, assim como calcular medidas precisas, como a relação do teorema de Pitágoras. Também serão propostos problemas para os alunos resolverem.

(15 minutos)

1) Para cercar o perímetro de uma região, constatou-se que ela possui o formato de um triângulo retângulo. Sabendo que os catetos desse triângulo medem 24 e 32 metros, o perímetro dessa região mede quanto?

Resposta: Por se tratar de um triângulo retângulo e dada a medida dos dois catetos precisamos calcular a medida da hipotenusa.

$$h^2 = 24^2 + 32^2$$

$$h^2 = 576 + 1024$$

$$h^2 = 1600$$

$$h = \sqrt{1600}$$

$$h = 40 \text{ metros}$$

Para encontrar o perímetro somamos as medidas dos lados

$$P = 24 + 32 + 40$$

$$P = 96 \text{ metros}$$

2) Para cercar um terreno retangular foram gastos um total de 38 metros de cerca. Sabendo que a largura desse terreno é de 7 metros, o comprimento do terreno é de:

R: Como o perímetro é dado pela soma de todos os lados, e possuímos a medida da largura podemos substituir em uma equação simples.

$$38 = 7 + c + 7 + c$$

$$38 = 14 + 2c$$

$$38 - 14 = 2c$$

$$24 = 2c$$

$$c = 12$$

Portanto o comprimento é de 12 metros

(10 minutos)

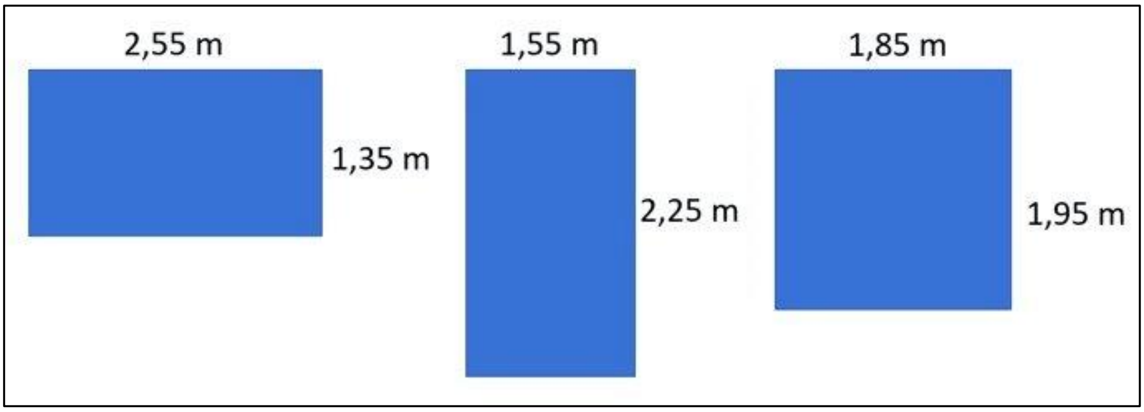
Será entregue aos estudantes um barbante, e em grupo devem pegar objetos circulares e calcular o perímetro deles. Também será pedido para que eles encontrem o diâmetro da mesma circunferência. Após isso será pedido para que dividam a medida do perímetro pelo diâmetro, obtendo uma aproximação para π.

(25 minutos)

Para finalizar a aula serão entregues questões para os estudantes solucionarem em casa e trazerem no próximo encontro.

3) Paulo decidiu aproveitar o espaço não utilizado do seu quarto para construir um banheiro. Conversando com um arquiteto, Paulo descobriu que para o cômodo com vaso sanitário, pia e chuveiro ele precisaria de uma área mínima de 3,6 m^2.
Respeitando as indicações do arquiteto, qual das figuras abaixo representa a planta correta para o banheiro de Paulo?

Figura 41: possíveis plantas.



Fonte: brasilescola.uol.com.br.

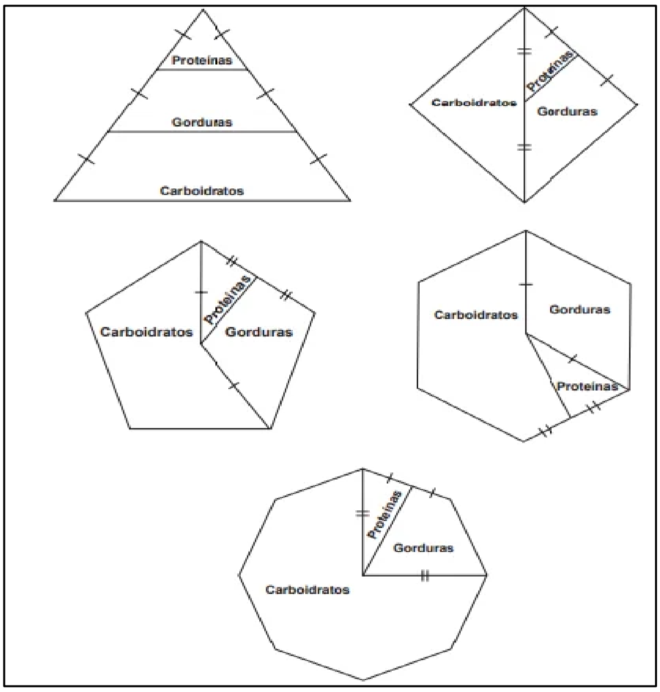
a) 2,55 m x 1,35 m b) 1,55 m x 2,25 m c) 1,85 m x 1,95 m

2) A tela de um televisor está em uma razão de quatro para três. Se o perímetro do televisor é de 280 cm, então ele possui área igual a:

a) 3600 cm²
b) 4800 cm²
c) 5400 cm²
d) 6200 cm²
e) 6400 cm²

3) (ENEM 2015) Para uma alimentação saudável, recomenda-se ingerir, em relação ao total de calorias diárias, 60% de carboidratos, 10% de proteínas e 30% de gorduras. Uma nutricionista, para melhorar a visualização dessas porcentagens, quer dispor esses dados em um polígono. Ela pode fazer isso em um triângulo equilátero, um losango, um pentágono regular, um hexágono regular ou um octógono regular, desde que o polígono seja dividido em regiões cujas áreas sejam proporcionais às porcentagens mencionadas. Ela desenhou as seguintes figuras:

Figura 42: proporções nos polígonos.



Fonte: INEP.

Entre esses polígonos, o único que satisfaz as condições necessárias para representar a ingestão correta de diferentes tipos de alimentos é o

a) triângulo.
b) losango.
c) pentágono.
d) hexágono.
e) octógono

4) (ENEM 2014) Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura.

A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{7}{8}$
c) $\frac{8}{7}$
d) $\frac{8}{9}$
e) $\frac{9}{8}$

5) (ENEM 2015) O prefeito de uma cidade deseja promover uma festa popular no parque municipal para comemorar o aniversário de fundação do município. Sabe-se que esse parque possui formato retangular com 120 m de comprimento por 150 m de largura. Além disso para a segurança das pessoas presentes no local a polícia recomenda que a densidade média num evento desta natureza não supere 4 pessoas por metro quadrado.

Seguindo as recomendações de segurança estabelecidas pela polícia, qual é o número máximo de pessoas que poderão estar presentes na festa?

a)1000

b)4500

c)18000

d)72000

e)120000

Gabarito:

1) Será necessário calcular a área de cada figura.

a) $2{,}55 \times 1{,}35 = 3{,}4425$ m²

b) $1{,}55 \times 2{,}25 = 3{,}4875$ m²

c) $1{,}85 \times 1{,}95 = 3{,}6075$ m²

Portanto é a alternativa c)

2) Com as informações de proporção e perímetro conseguimos definir uma equação na qual a razão entre o comprimento e a largura seja de quatro para três

$$280 = 4x + 3x + 4x + 3x$$

$$280 = 14x$$

$$x = 20$$

Como o comprimento mede $4x$ e a largura mede $3x$ temos que o comprimento mede 80 cm e a largura 60 cm.

Assim, a área da televisão é dada por

$$A = 80 \times 60$$

$$A = 4800 \text{ cm}^2$$

A resposta correta é a letra b.

3) c

4) Comparando a medida da largura e altura das pontas temos

$$\cancel{l} \times \cancel{h} = x\cancel{l} \times \frac{9}{8}\cancel{h}$$

$$1 = x \times \frac{9}{8}$$

$$x = \frac{9}{8}$$

Portanto a alternativa correta é a d)

5) O número máximo de pessoas é dado pela multiplicação da área e densidade

$$120 \times 150 \times 4 = 72000$$

Logo a alternativa d) é a correta

Avaliação:

Os pontos a serem avaliados pelos estagiários no encontro serão:

- as resoluções das questões propostas no decorrer do encontro pelos alunos;
- a cooperação dos alunos nas atividades exploratórias no *software Geogebra*;
- A coleta e troca de dados nas atividades práticas.

Referências:

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a matemática.** São Paulo: Moderna, 2010.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática,** 2º ano: ensino médio. São Paulo: Edições SM, 2016.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática,** volume único. São Paulo: Ática, 2005.

EXERCÍCIOS. Brasilescola. Disponível em https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-perimetro-figuras-planas.htm. Acesso em: 31 out. 2022.

EXERCÍCIOS. Todamateria. Disponível em https://www.todamateria.com.br/area-e-perimetro-exercicios/. Acesso em: 31 out. 2022.

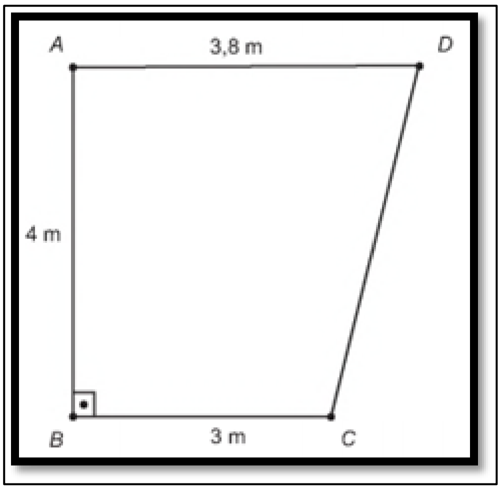
QUESTÕES DO ENEM. INEP, 2020. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 31 out. 2022.

9.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 5.

Aos cinco dias do mês de novembro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o quinto encontro do Promat, nós estagiários e a professora orientadora para iniciarmos a execução do Projeto.

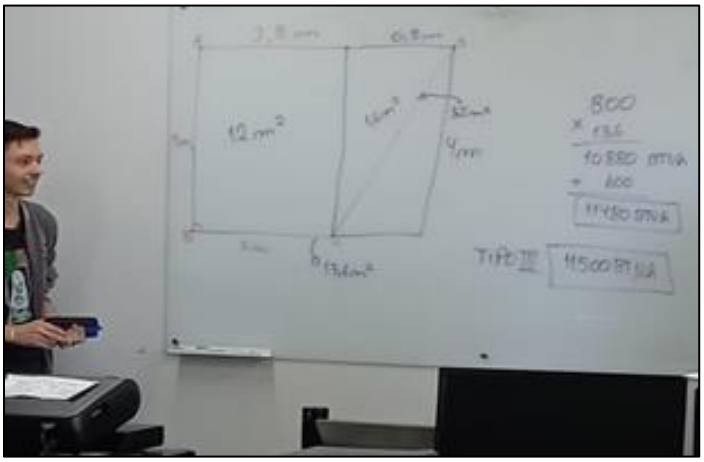
A aula neste encontro foi realizada no laboratório de informática, estando presentes 11 alunos. Foi iniciada a aula com a entrega de uma questão do ENEM 2017 relacionada a área, na questão pedia-se para que se descobrisse qual o aparelho que atenderia as necessidades de refrigeração do ambiente de um laboratório, relacionando a quantidade de BTUs, à área do laboratório e à quantidade de pessoas e equipamentos os quais emitiam calor. Na questão é dada uma imagem de um trapézio referente a área do laboratório e no enunciado as informações relacionadas a cada tipo de equipamento. Nesta questão vimos diversas resoluções, na imagem da questão, para calcular a área, os alunos fizeram de diversas maneiras, entre elas a partição da figura em retângulos ou triângulos e o uso da fórmula do trapézio. Terminado o tempo destinado a resolução da questão, foi feita a correção no quadro, utilizando a maneira mais simples (ao nosso ver) de resolução, dividindo a figura em retângulos. Abaixo segue a imagem da resolução feita na lousa.

Figura 43: imagem contida na questão do ENEM 2017.



Fonte: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos.

Figura 44: resolução da questão do ENEM 2017.

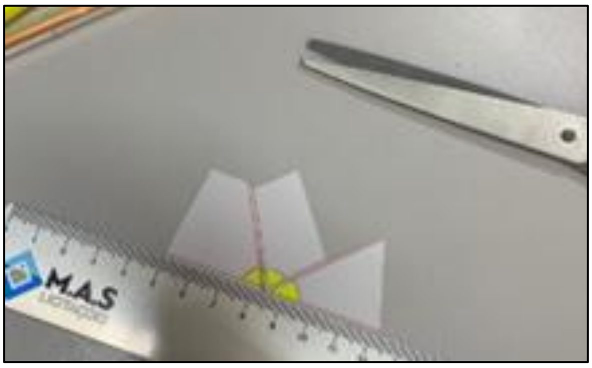


Fonte: acervo dos estagiários.

Na sequência realizamos uma atividade de investigação geométrica a qual foi caracterizada pelos seguintes passos: Distribuição de papel, lápis, marcador de texto, régua, tesoura e transferidor. Em seguida um dos estagiários ficou responsável por explicitar os passos para a construção da atividade e, o restante do grupo auxiliou os alunos nas bancadas com o uso dos materiais. Alguns não sabiam como utilizar o transferidor. Alguns alunos graduandos do curso já sabiam o que essa investigação pretendia, mas o restante não estava ciente do final ou mesmo não percebia o caminho da atividade.

Em seguida, para que eles fossem desenvolvendo a atividade, o estagiário responsável foi desenvolvendo os passos junto aos alunos no quadro, ao final dos passos os alunos perceberam que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo tem 180°, alguns alunos até marcaram o valor do ângulo de cada vértice do triângulo. Em seguida propusemos que eles fizessem a investigação do quadrilátero, eles fizeram também segundo os mesmos passos e chegaram à conclusão de que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer é 360°.

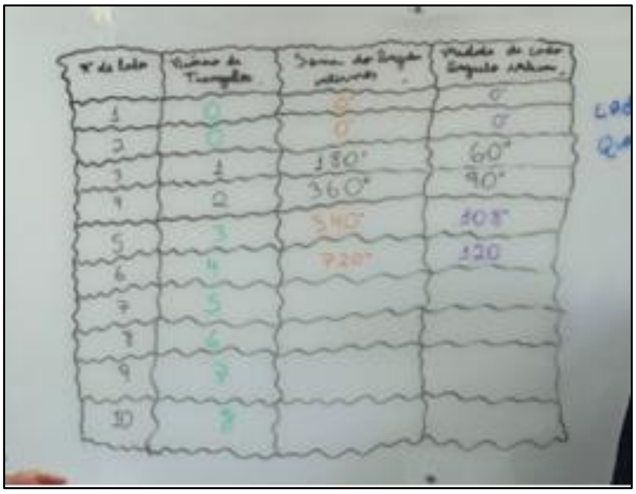
Figura 45: soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.



Fonte: criação de um aluno, acervo dos estagiários.

Na volta do intervalo os estagiários explicaram como é dado o número de lados, a soma dos ângulos internos e a medida de cada ângulo interno de um polígono qualquer. Utilizando o *Software Geogebra* os alunos construíram os polígonos, usando a ferramenta polígono regular e demarcaram os seus ângulos, com ajuda dos estagiários. Foi também disponibilizada uma tabela para que eles preenchessem quantos triângulos cabem em cada figura, qual a soma dos ângulos internos do polígono e, a medida de cada ângulo interno.

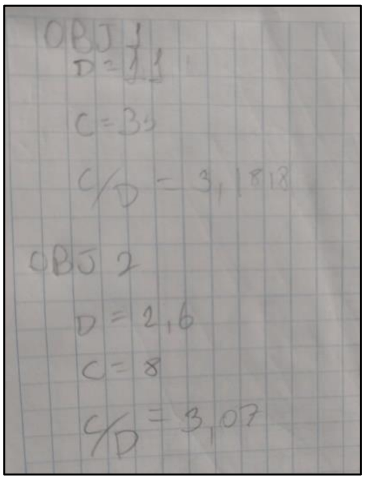
Figura 46: resolução da tabela dos ângulos com a turma.



Fonte: acervo dos estagiários .

Como uma última proposta manuseável, pedimos para que encontrassem a medida do comprimento de diversos objetos circulares, assim como fizessem uma aproximação para o diâmetro dos mesmos. Alguns alunos já entendiam qual a finalidade da atividade e a realizaram sem problemas, já outros estavam com dificuldades em identificar onde seria o centro do objeto para encontrar o diâmetro e os auxiliamos nisto. Pedimos para dividirem o comprimento pelo diâmetro, e em todos os casos a imprecisão foi minúscula.

Figura 47: aproximação para π.



Fonte: criação dos alunos, acervo dos estagiários.

Em seguida distribuímos o restante das questões para que eles resolvessem as relacionadas a perímetro. Após a resolução os alunos se dispuseram a resolver na lousa e mostrar aos colegas como a fizeram. E, para serem corrigidos na próxima aula, foi mandada para casa uma lista de questões entre as quais estão questões do ENEM.

Nesta aula, em específico, os alunos não tiveram grandes surpresas como na anterior pois a geometria pode e é abordada de diversas maneiras em uma sala de aula. O que eles mais gostaram foram das atividades de exploração de ângulos, principalmente a do triângulo, na qual pedimos que fizessem, utilizando a folha sulfite. Apesar de ser relativamente simples era uma maneira que nunca pararam para pensar nesse tipo de "demonstração". Os alunos elogiaram a maneira mais calma que fluiu esta aula e por ter consistido, na maior parte do tempo em propostas para fazerem, sem a necessidade de cálculos, foi bem interessante.

10. ENCONTRO 6.

10.1 PLANO DO ENCONTRO 6 – 12/11/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Geometria plana; geometria espacial.

Objetivo geral: Identificar elementos geométricos e calcular áreas e volumes.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados objetiva-se:

- Calcular áreas;
- Interpretar e relacionar figuras espaciais e suas planificações;
- Construir fórmulas e calcular o volume de sólidos;
- Perceber proporções;

Conhecimento prévios: Operações básicas.

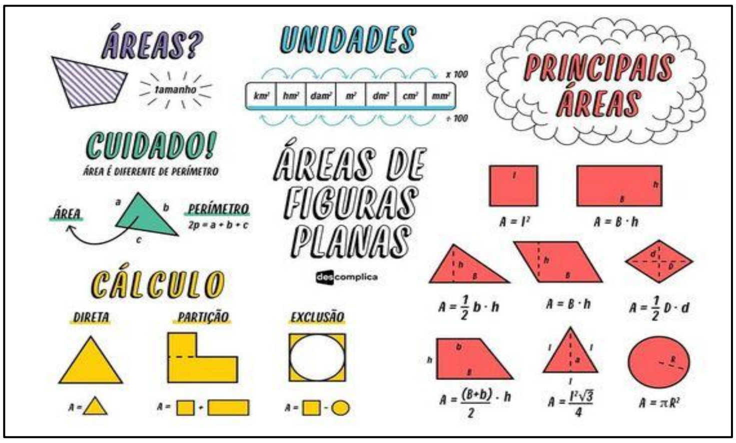
Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Jogo da memória; Atividade impressa; *Geogebra*; Multimídia; *Microsoft PowerPoint.*

Encaminhamento metodológico:

Seguindo o conteúdo do plano anterior a aula se iniciará com geometria plana. A aula será aberta com a dedução das fórmulas de como calcular a área de diversas superfícies regulares utilizando um mapa mental que será entregue aos alunos.

Figura 48: mapa mental de áreas de figuras.



Fonte: https://br.pinterest.com/pin/433612270378156017/.

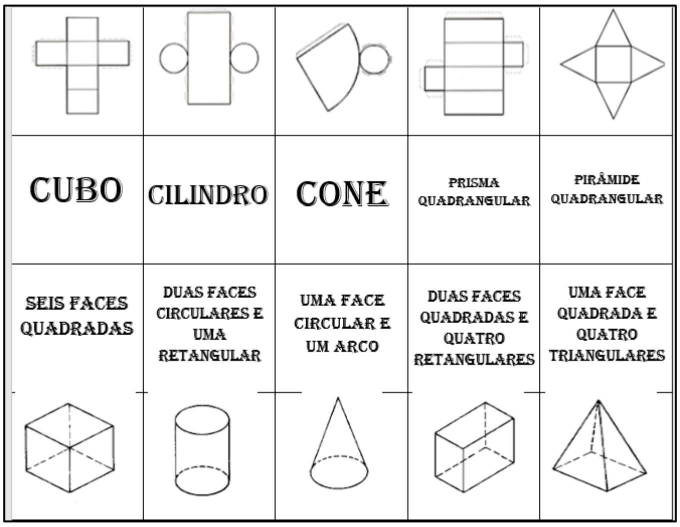
(80 minutos)

Com a formalização do conteúdo serão propostos diversos exercícios para resolverem em grupo no *site Kahoot.*

(40 minutos)

O segundo ciclo terá como base a geometria espacial e esta será introduzida por meio de um jogo da memória de sólidos geométricos. Os estagiários vão distribuir peças que contenham a forma planificada dos sólidos ou eles estruturados. Os alunos devem relacionar os pares e recolher as peças encontradas. Ganha quem coletar mais pares.

Figura 49: jogo da memória.



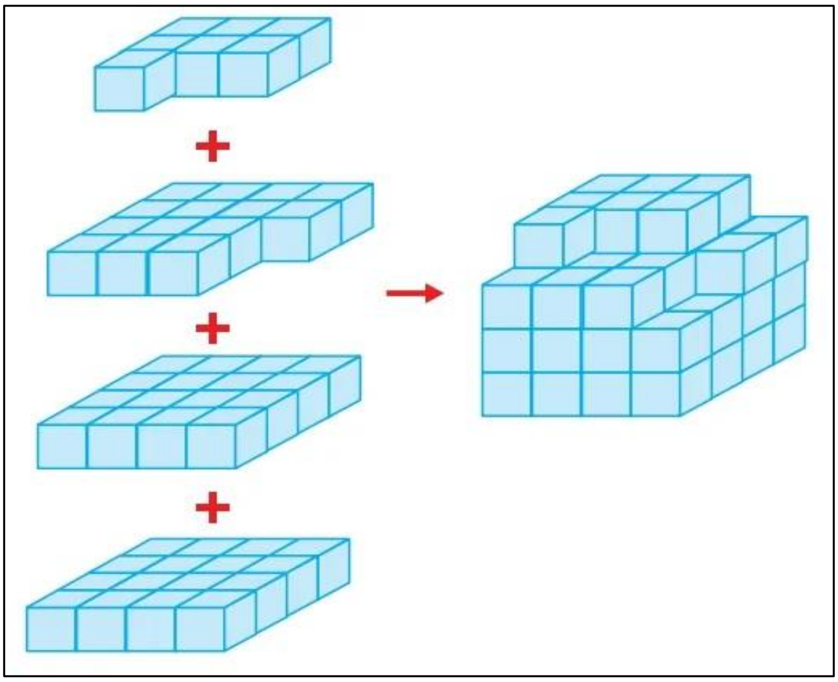
Fonte: acervo dos estagiários.

(40 minutos)

Em sequência será proposta a seguinte questão do ENEM.

(ENEM 2018) *Minecraft* é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos. Um jogador deseja construir um cubo com dimensões 4 x 4 x 4. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.

Figura 50: construções de bloco.

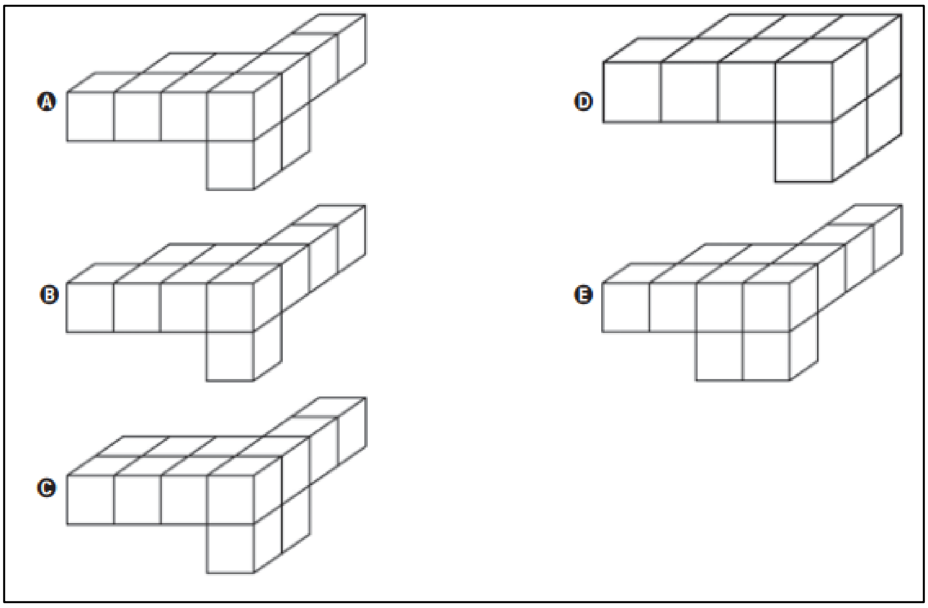


Fonte: INEP.

Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa.

O formato da peça capaz de completar o cubo 4 x 4 x 4 é qual?

Figura 51: blocos faltantes.



Fonte: INEP.

Resposta: letra a)

(10 minutos)

Na sequência os estagiários farão a construção das fórmulas que fornecem o volume dos sólidos com a turma, questionando a opinião deles de como era a ideia da equação sugerida.

(30 minutos)

Avaliação: A compreensão dos alunos sobre o conteúdo aplicado será percebida através:

- da pontuação no jogo *Kahoot;*
- do seu desenvolvimento no jogo da memória;
- da colaboração de ideias para construção de fórmulas

Referências

ÁREA. Pinterest. Disponível em https://br.pinterest.com/pin/433612270378156017/. Acesso em: 31 out. 2022.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a matemática.** São Paulo: Moderna, 2010.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática,** 2º ano: ensino médio. São Paulo: Edições SM, 2016.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática,** volume único. São Paulo: Ática, 2005.

PAIVA, Manuel. **Matemática:** volume único. São Paulo: Moderna, 1999. Coleção base.

QUESTÕES DO ENEM. INEP, 2020. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 06 nov. 2022.

10.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 6.

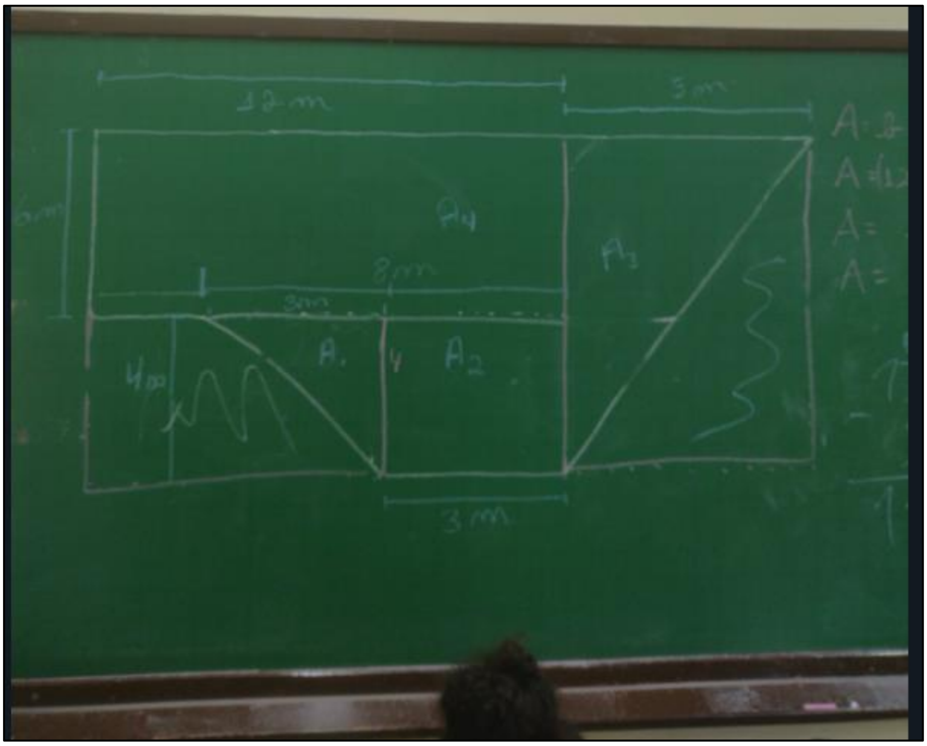
Aos doze dias do mês de novembro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o sexto encontro do Promat, nós estagiários e a professora orientadora, para iniciarmos a execução do projeto.

A aula deste encontro foi realizada na sala de aula anteriormente usada nos encontros, estando presentes seis alunos. A redução do número de estudantes foi questionada pelo grupo de *WhatsApp* por ser véspera da aplicação do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). A aula foi iniciada quando mostramos uma figura irregular; a proposta era que os alunos dessem ideias de como seria realizado o cálculo da área da figura explorada. Os participantes não conseguiram dizer, com certeza, nesse primeiro momento, como seria possível calcular a área da figura. Alguns até afirmaram que seria apenas necessário fazer a soma das medidas de todos os lados da figura mostrada.

Após a pequena discussão foi apresentado como seriam calculadas a área de figuras planas regulares, seguindo o plano de ensino. As fórmulas foram sendo construídas juntos com alunos, os estagiários mostraram diferentes formas de calcular área das mesmas figuras. Os alunos mostraram interesse pelas demonstrações exploradas pelos estagiários, apresentaram ideais certas ou precipitadas de como, chegar ao resultado desejado.

Ao final das demonstrações foi novamente proposta a questão inicial, questionando os alunos novamente. Os estagiários deram início dando opiniões e então, os alunos começaram a expressar opiniões de como calculariam. Algumas das ideias poderiam ser consideradas mais fáceis e visíveis para alguns, quanto à outras, mais complexas, que demandariam mais cálculos, todas as possibilidades eram consideradas. O que animou, tanto os estagiários como os alunos, para realizar o cálculo proposto.

Figura 52: desenho do quadro e suas possíveis soluções.

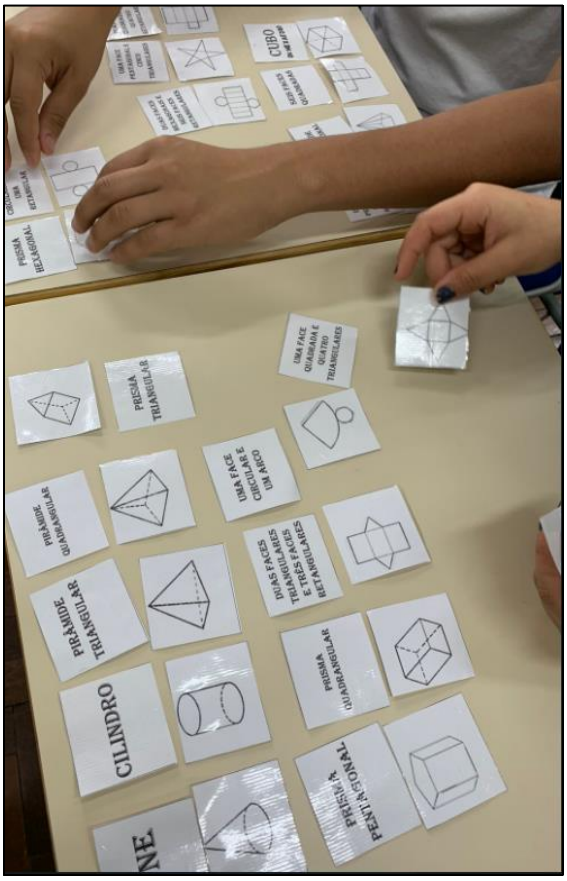


Fonte: acervo dos estagiários.

Antes do intervalo foi realizado um *quiz* utilizando o *software Kahoot*. O *quiz* sendo composto por perguntas relacionadas ao conteúdo do encontro passado e, do que foi apresentado a eles neste encontro. Considerando o número de alunos presente foi proposto a realização em grupo. Durante as resoluções houve discordância entre eles e discussões de qual resposta seria escolhida. Um grupo não conseguiu responder corretamente todas as questões propostas, porém, os alunos se mostraram favoráveis ao uso da atividade, e conseguiram tirar proveito das duas aulas realizadas.

Retornando do intervalo, foi aplicado um jogo da memória com suas cartas sendo compostas por sólidos geométricos, suas planificações e definições A sala foi dividida em três grupos, com os estagiários ajudando a realizar a atividade.

Figura 53: alunos jogando o jogo da memória.



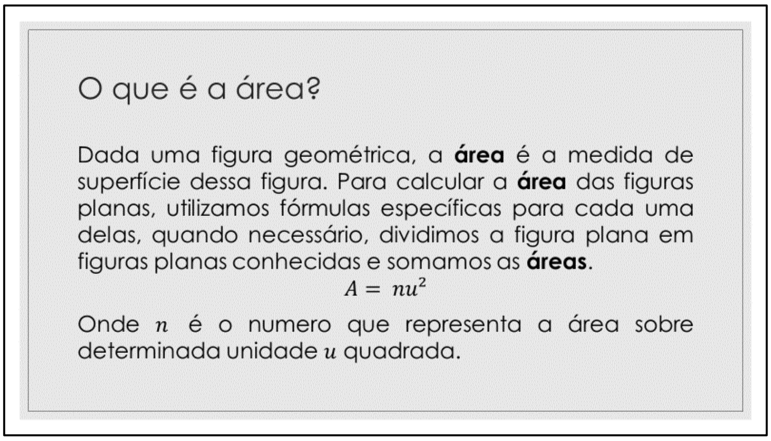
Fonte: acervo dos estagiários

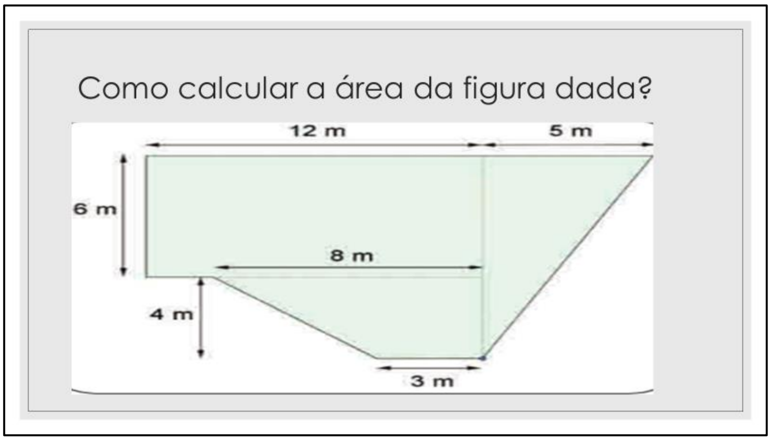
A princípio houve dificuldade para que os sólidos fossem relacionados com suas definições que estavam escritas por extenso, porém, com a ajuda dos estagiários, facilitou o encontro dos pares. Assim a atividade foi realizada com sucesso.

Seguindo então o plano de aula, começamos a introduzir o conteúdo de sólidos geométricos e o cálculo do seu volume. Compartilhar entre os colegas o porquê era calculado de determinada maneira, promoveu o diálogo entre os alunos.

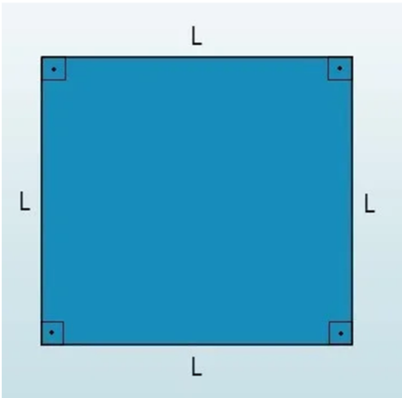
Devido a alguns alunos serem de outra cidade, a aula teve que terminar mais cedo, não sendo possível finalizar o plano de aula neste encontro. Com os alunos que ficaram, foi jogado novamente o jogo da memória entre quem ficou e os estagiários. Nesse momento de descontração a conversa girou sobre a universidade, curiosidades matemáticas e sobre o conteúdo que será aplicado no encontro seguinte.

10.3 MATERIAL UTILIZADO.



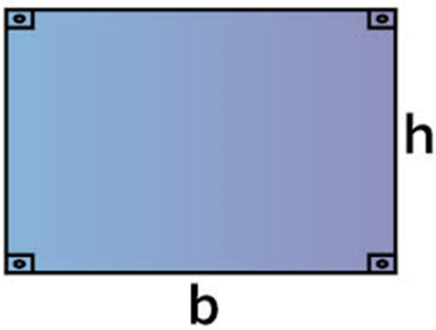


QUADRADO E RETÂNGULO



Área de um quadrado

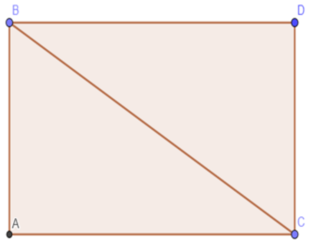
$$A = l^2$$



Área de um retângulo

$$A = b.h$$

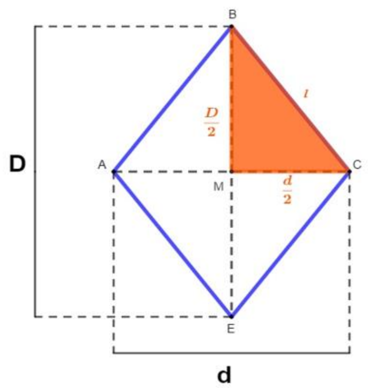
TRIÂNGULO



Área de um triângulo

$$A = \frac{b.h}{2}$$

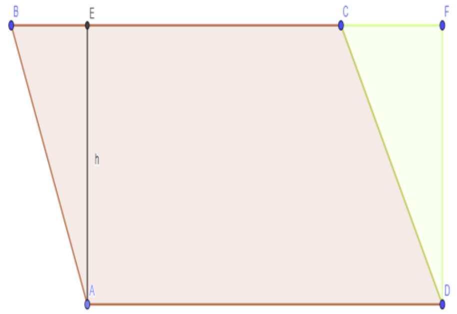
LOSANGO



Área de um losango

$$A = \frac{D.d}{2}$$

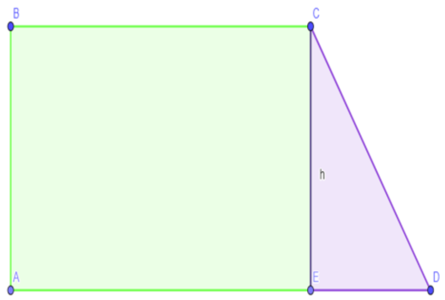
PARALELOGRAMO



Área de um paralelogramo

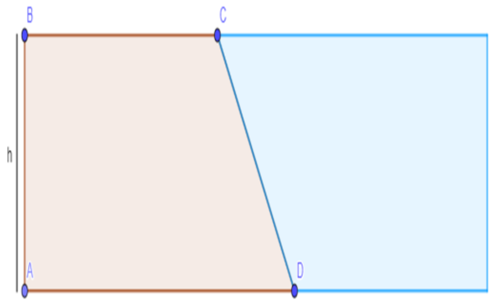
$$A = b.h$$

TRAPÉZIO



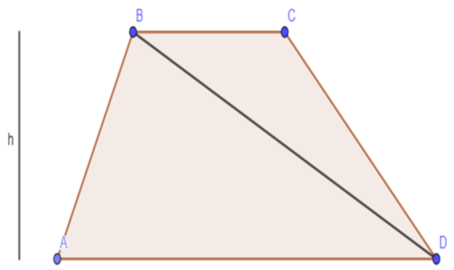
Área de um trapézio

$A =$área do retângulo + area do triângulo



Área de um trapézio

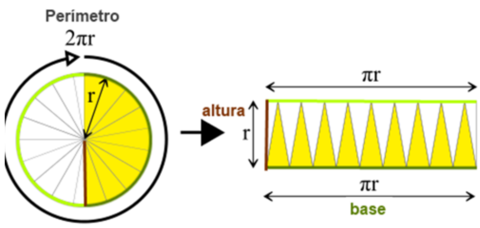
$$A = \frac{(B + b).h}{2}$$



Área de um trapézio

$$A = \frac{(B+b).h}{2}$$

CÍRCULO



Área do círculo = Área do paralelogramo

= base x altura

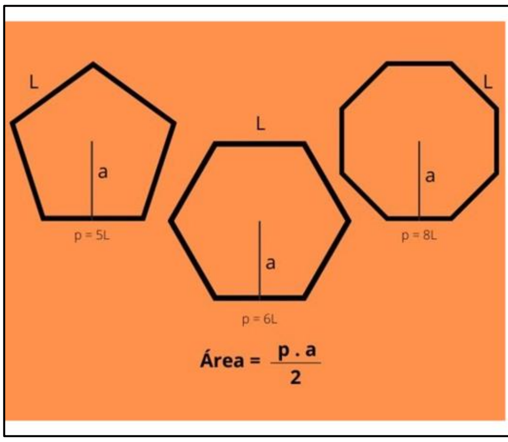
= πr x r

Área do círculo = πr^2

Área de um círculo

$$A = \pi . r^2$$

POLÍGONOS REGULARES



Área de um polígono regular

JOGO DA MEMÓRIA

VOLUMES

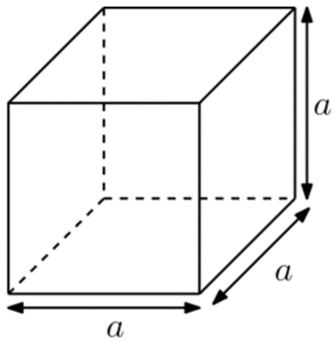
O que é volume?

O volume de um corpo é a quantidade de espaço ocupada por esse corpo. O volume tem unidades de tamanho cúbicos.

$$V = tu^3$$

Onde t é o número que corresponde ao volume sobre uma unidade u cúbica.

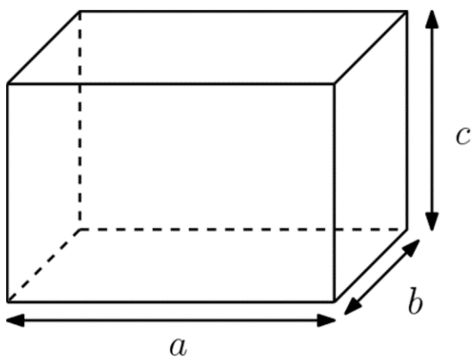
CUBO



Volume e área de um cubo

$$V = a^3$$
$$A = 6a^2$$

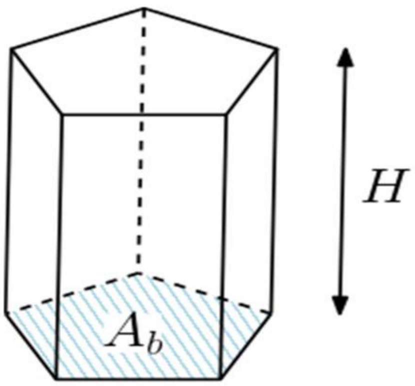
PARALELEPÍPEDO



Volume e área de um paralelepípedo (ou prisma retângular)

$$V = a.b.c$$
$$A = 2.a.b + 2.a.c + 2.b.c$$

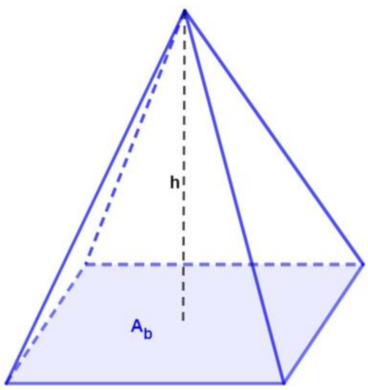
PRISMA



Volume e área de um prisma

$$V = A_b.h$$
$$A = A_b + n.l.h$$

PIRÂMIDE

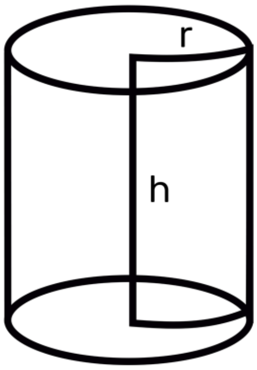


Volume e área de uma pirâmide

$$V = \frac{A_b.h}{3}$$
$$A = A_b + n.A_t$$

A_t= área dos triângulos

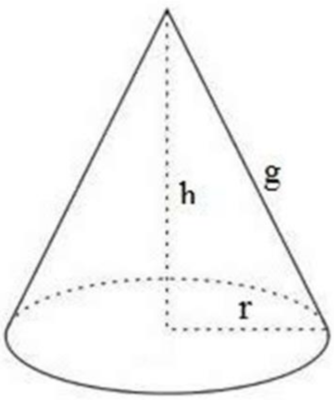
CILINDRO



Volume e área de um cilindro

$$V = A_b . h$$
$$A = A_b + 2.\pi.r.h$$

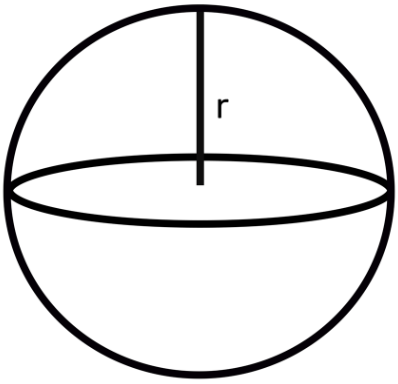
CONE



Volume e área de um cone

$$V = \frac{A_b . h}{3}$$
$$A = A_b + \pi.g.r$$

ESFERA



Volume e área de uma esfera

$$V = \frac{4.\pi.r^3}{3}$$
$$A = 4.\pi.r^2$$

11. ENCONTRO 7.

11.1 PLANO DO ENCONTRO 7 – 19/11/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Geometria espacial.

Objetivo geral: Calcular volumes revisando conceitos necessários.

Objetivos específicos:

Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados objetiva-se:

- Construir fórmulas para calcular volumes de sólidos;
- Estimar volumes de formas irregulares;
- Revisar conhecimentos adquiridos nos encontros do Promat.

Conhecimento prévios: Operações básicas.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Copo com água; Pedras; Atividade impressa; *Geogebra*; Multimídia; *Microsoft PowerPoint.*

Encaminhamento metodológico:

A aula será iniciada baseando-se na geometria espacial no desenvolvimento das fórmulas de volumes de superfícies espaciais. Seguindo o modelo da aula anterior questionando os alunos como fariam os devidos cálculos, serão trabalhadas as equações que fornecem os volumes dos sólidos: cubo, paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Serão desenvolvidas as equações que calculam as áreas dos sólidos. Serão projetadas as lâminas do encontro anterior para auxiliar a compreensão dos alunos.

(50 minutos)

A aula será prosseguida com uma proposta prática. Serão calculados os volumes de pedras, figuras irregulares, com o uso de um copo com água em que a diferença da capacidade inicial com a final do copo nos fornece o volume. Antes de os estagiários mostrarem este método os alunos serão indagados a sugerir alguma maneira de como fariam o cálculo.

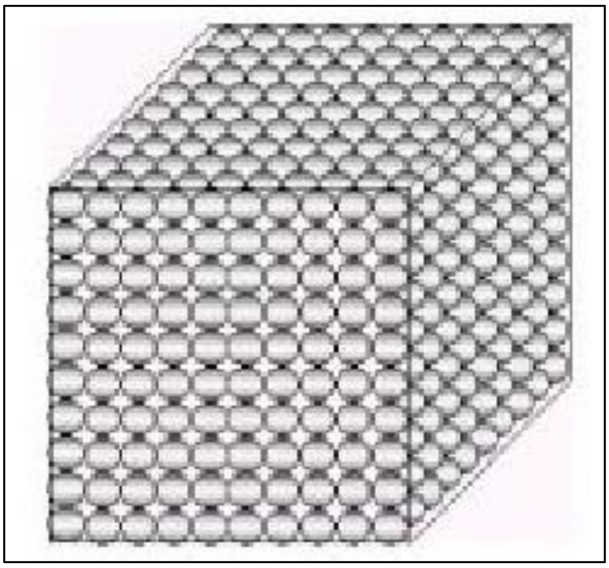
(20 minutos)

Para finalizar o ciclo, será entregue aos alunos uma lista de exercícios do ENEM para resolverem.

(40 minutos)

1)(ENEM 1998) Observe o que foi feito para colocar bolinhas de gude de 1 cm de diâmetro numa caixa cúbica com 10 cm de aresta.

Figura 54: bolinhas na caixa.



Fonte: INEP.

Uma pessoa arrumou as bolinhas em camadas superpostas iguais, tendo assim empregado:

a) 100 bolinhas.

b) 300 bolinhas.

c) 1000 bolinhas.

d) 2000 bolinhas.

e) 10000 bolinhas.

2) (ENEM 2002) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes.

Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:

Figura 55: ladrilhos geométricos.

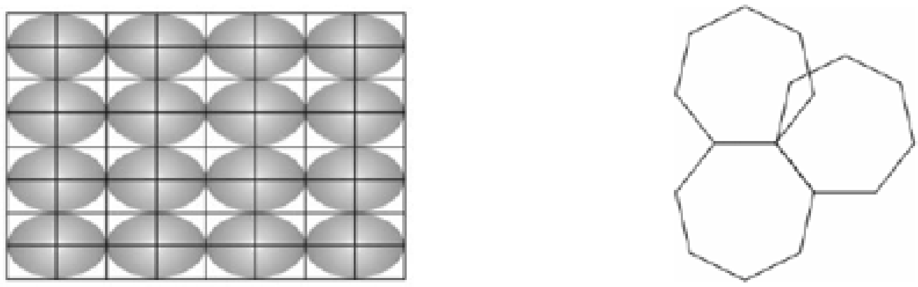
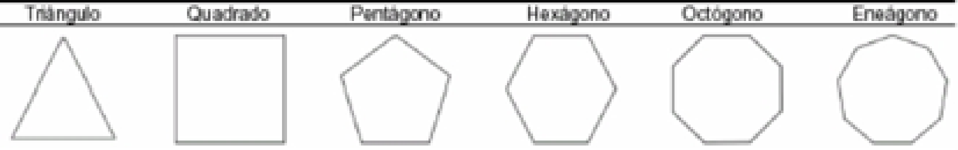


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura						
Ângulo interno	60°	90°	108°	120°	135°	140°

Fonte: INEP.

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos. Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

(a) triângulo.

(b) quadrado.

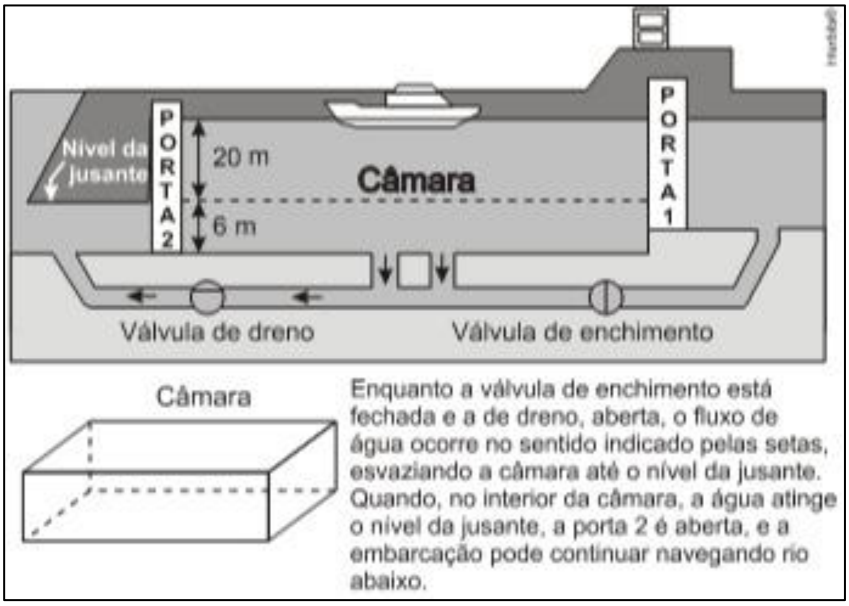
(c) pentágono.

(d) hexágono.

(e) eneágono.

3) (ENEM 2006) Eclusa é um canal que, construído em águas de um rio com grande desnível, possibilita a navegabilidade, subida ou descida de embarcações. No esquema a seguir, está representada a descida de uma embarcação, pela eclusa do porto Primavera, do nível mais alto do rio Paraná até o nível da jusante.

Figura 56: eclusa.



Fonte: INEP.

A câmara dessa eclusa tem comprimento aproximado de 200 m e largura igual a 17 m. A vazão aproximada da água durante o esvaziamento da câmara é de 4.200 m^3 por minuto. Assim, para descer do nível mais alto até o nível da jusante, uma embarcação leva cerca de

a)2 minutos.

b)5 minutos.

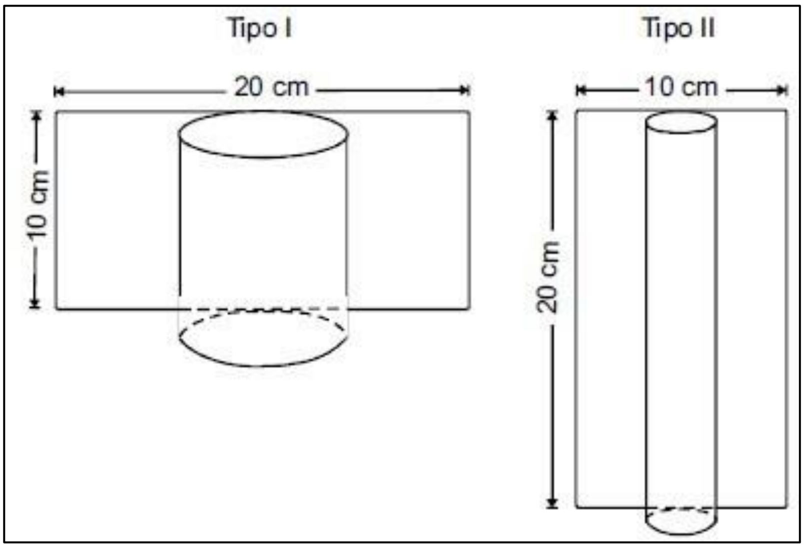
c)11 minutos.

d)16 minutos.

e)21 minutos.

4) (ENEM 2006) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 cm x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina.

Figura 57: tipos de vela.



Fonte: INEP.

Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado, o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II, será

a) o triplo

b) o dobro

c) igual

d) a metade

e) a terça parte

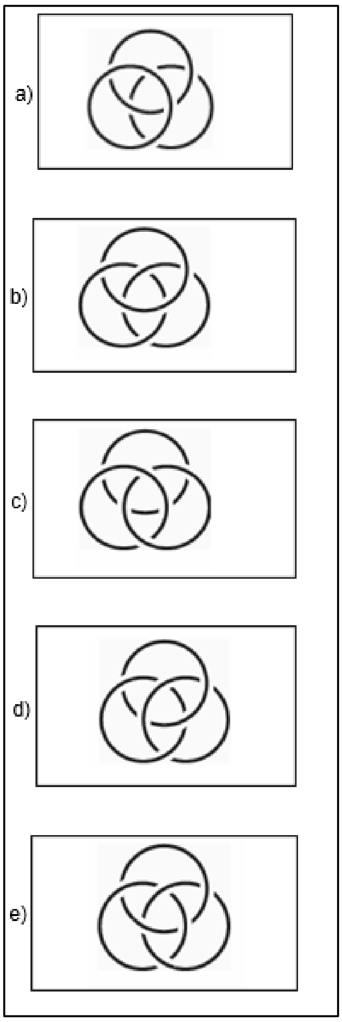
5) (ENEM 2009) Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um portão em que aparecem os anéis de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: escultura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis.

Figura 58: anéis de Borromeo.

Fonte: INEP.

Qual dos esboços a seguir melhor representa os anéis de Borromeo?

Figura 59: representação dos anéis.



Fonte: INEP.

Respostas:

1) Como é possível perceber que em cada lado do cubo cabe dez bolinhas, o total existente é dado pela equação:

$$T_b = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

Com isso a resposta correta é a alternativa c)

2) Utilizando a soma dos ângulos internos em um vértice que é comum entre dois octógonos teremos

$$135 + 135 = 270°$$

Como em um vértice para se obter um ângulo completo é necessário 360° temos que faltam

$$360 - 270 = 90°$$

A medida de 90° é o ângulo de um quadrado, logo a alternativa b) é a correta.

3) Temos que calcular o volume de água existente até o nível da jusante da eclusa. Utilizando os dados fornecidos na questão e na **Figura x** temos

$$200 \times 17 \times 20 = 68000 \text{ m³ de água}$$

Como encontramos o volume total da eclusa é necessário agora dividi-lo pela vazão da abertura, encontrando assim o tempo.

$t = \frac{68000}{4200}$ $t \cong 16{,}19$ minutos

Portanto a resposta certa é a d)

4) Devemos calcular qual é o volume de cada vela. Para isso é necessário encontrar a medida de cada base.

Vela tipo I: perímetro mede 20 cm

$$20 = 2r \times \pi \text{à} 10 = r \times \pi \text{à} r \cong 3{,}183$$

Calculando o volume:

$$3{,}183^2 \times \pi \times 10 \cong 318{,}29 \text{ cm³}$$

Vela tipo II: perímetro mede 10 cm

$$10 = 2r \times \pi à 5 = r \times \pi à r \cong 1{,}592$$

Calculando o volume:

$$1{,}592^2 \times \pi \times 10 \cong 159{,}245 \text{ cm}^3$$

Como a proporção é o dobro a resposta correta é a alternativa b)

5) e)

Como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) terá a parte de Matemática e suas tecnologias no domingo (20), o restante da aula será uma socialização a fim de revisar os conteúdos vistos nos sete encontros.

(90 minutos)

Avaliação:

A avaliação do encontro será baseada na:

- resolução da lista de exercícios;
- discussão com a turma sobre o conteúdo.

Referências:

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática,** volume único. São Paulo: Ática, 2005.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a matemática.** São Paulo: Moderna, 2010.

PAIVA, Manuel. **Matemática:** volume único. São Paulo: Moderna, 1999. Coleção base.

QUESTÕES DO ENEM. INEP, 2020. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 06 nov. 2022.

11.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 7.

Aos 19 dias do mês de outubro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o sétimo encontro do Promat, nós estagiários e a professora orientadora, para iniciarmos a execução do Projeto. No dia estavam presentes 12 alunos. Considerando que esse dia era o sábado que antecedia o último dia de aplicação da prova do ENEM, o número reduzido de participantes tinha alguma explicação, pois muitos participantes são de outros municípios e terão que se deslocar novamente à cascavel para realizar a prova.

Neste dia iniciamos a aula dando continuidade a explicação iniciada na aula anterior desenvolvendo juntamente com os alunos as fórmulas de volume de figuras espaciais. Para isso fomos utilizando sólidos geométricos disponíveis no Laboratório de Ensino de Matemática, local em que aula ocorreu, para que fosse feita a associação com as fórmulas de área desenvolvidas em um encontro anterior e com as fórmulas de volume que foram ensinadas.

Na sequência perguntamos a eles como fariam para medir o volume de uma pedra, que era um objeto irregular como mostra a imagem abaixo. Uma das sugestões foi utilizar a água, mas o aluno que deu a sugestão não sabia muito bem como fazer isso. Então fizemos uma exploração com eles. Após isso distribuímos para os grupos pedras distintas para que eles fizessem o cálculo. Junto com as pedras distribuímos pipetas graduadas para que pudessem fazer a medida do volume inicial e final, facilitando os cálculos.

Figura 60: alunos medindo com água.

Fonte: acervo dos estagiários.

Na sequência distribuímos uma lista de exercícios do ENEM na qual era necessário interpretar as questões. Uma das questões pedia para descobrir quantas esferas de metal foram empilhadas, utilizamos o bloco do material dourado pra mostrar a solução da questão. Já na questão que dava um exemplo de problemas da construção civil, como a utilização de ladrilhos e azulejos com a forma de polígonos para pavimentar uma superfície, o enunciado destacava que nem todos poderiam ser unidos. Nessa questão distribuímos aos alunos figuras de azulejos recortados em papel que eles puderam montar e ver quais se encaixavam, resolvendo, assim a questão. Contudo essa não foi a única solução proposta, já que uma aluna fez utilizando os ângulos internos das figuras, justapondo apenas aqueles polígonos cuja soma dos ângulos internos correspondia a 360°

As soluções foram executadas no quadro e, a maioria das questões quem resolveu foram os alunos. Para finalizar fizemos um *quiz*[1] com eles para relembrar os conteúdos vistos desde o primeiro encontro, já que no dia seguinte ocorreria a prova de matemática do ENEM.

Nesta aula, sentimos que cumprimos o nosso cronograma de maneira que planejamos, sem nenhum tipo de atraso. Pela nossa percepção os alunos se empolgaram bastante nesse encontro e talvez seja mérito do espaço do LEM que contribuiu para que a aula fluísse como esperado.

12. ENCONTRO 8.

12.1PLANO DO ENCONTRO 8 – 26/11/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Probabilidade; Análise combinatória

Objetivo geral: Interpretar dados para estimar resultados.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados objetiva-se:

- Calcular previsões;
- Estimar possibilidades;
- Validar valores;
- Reconhecer diferentes espaços amostrais;
- Identificar representação de dados por meio de gráficos;
- Compreender o conceito de arranjo
- Distinguir arranjo, combinação e permuta;
- Construir anagramas para solucionar problemas;
- Definir fatorial;
- Relatar o princípio fundamental da contagem;
- Fazer agrupamentos de dados;
- Analisar possibilidades;
- Relacionar análise combinatória à probabilidade;
- Determinar padrões;

Conhecimento prévios: Operações básicas.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Piões; Atividade impressa; Multimídia; *Microsoft PowerPoint.*

Encaminhamento metodológico:

A aula terá início com um momento de descontração que os estagiários farão com os estudantes. Usando o lúdico serão construídos cinco “piões” octogonais, três serão idênticos, com duas faces de cada contendo fotos dos estagiários, os outros dois possuirão em cada face a foto de um estagiário e duas fotos da professora orientadora e o símbolo da Unioeste.

Seguindo uma lógica, os alunos devem descobrir as chances em que:

1. os piões parem todos com a face de um único estagiário;
2. quatro piões parem com a face de um único estagiário, e outro pare com uma face distinta;
3. três piões parem com face em um único estagiário e os outros dois em outra face distinta;
4. três piões parem com face em um único estagiário e as outras duas em faces distintas;
5. dois piões parem em uma face comum e os demais em faces distintas;
6. todos os piões parem em faces distintas.

Para solucionarem o problema proposto eles poderão usar os “piões” e os manusearem se acharem necessário.

Figura 61: piões dos acadêmicos.

Fonte: acervo dos estagiários.

(80 minutos)

Será feita a solução do problema na lousa em sequência da dinâmica pelos estagiários que receberão as contribuições da turma. Os acadêmicos farão a formalização do conteúdo de probabilidade logo na sequência com o uso da projeção de lâminas.

(40 minutos)

Com o intuito de instigar os alunos, a questão a seguir será proposta.

(ENEM 2021) Eduardo deseja criar um *e-mail* utilizando um anagrama exclusivamente com as sete letras que compõem o seu nome, antes do símbolo @ .

O *e-mail* terá a forma *******@site.com.br e será de tal modo que as três letras “edu” apareçam sempre juntas e exatamente nessa ordem.

Ele sabe que o *e-mail* eduardo@site.com.br já foi criado por outro usuário e que qualquer outro agrupamento das letras do seu nome forma um *e-mail* que ainda não foi cadastrado.

De quantas maneiras Eduardo pode criar um *e-mail* desejado?

Alternativas

a) 59
b) 60
c) 118
d) 119
e) 120

Resposta:

Devemos saber qual é a possibilidades totais, e como as letras “edu” precisam permanecer juntas nesta ordem a consideramos como uma única. Assim existem 5! respostas possíveis ou seja

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ opções}$$

Como uma destas opções é eduardo@site.com.br ela é desconsiderada. Assim restam 119 opções de *e-mail* possíveis que corresponde a alternativa d).

(15 minutos)

Os estagiários farão a explicação sobre a análise combinatória, mostrando permutações, arranjos e combinações através de exemplos. Será apresentado durante a explicação destes conceitos o que é o fatorial, e através dele trabalhar os mesmos exemplos propostos anteriormente.

(65 minutos)

Avaliação:

A avaliação será proposta através da cooperação individual e coletiva para obter resultados.

Referências:

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática,** volume único. São Paulo: Ática, 2005.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a matemática.** São Paulo: Moderna, 2010.

PAIVA, Manuel. **Matemática:** volume único. São Paulo: Moderna, 1999. Coleção base.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade:** 8º ano. 6º.ed. São Paulo: Atual, 2009.

QUESTÕES DO ENEM. INEP, 2020. Disponível em https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 08 nov. 2022.

12.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 8.

Aos 26 dias do mês de novembro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o oitavo encontro do Promat, nós estagiários e a professora orientadora, para iniciarmos a execução do Projeto. Neste dia estavam presentes sete alunos e a aula ocorreu em um dos miniauditórios da Instituição.

Iniciamos a aula de forma descontraída, reproduzimos o quadro de televisão do apresentador Silvio Santos, o jogo dos piões, e recebemos os alunos com a música tema da abertura do programa. Após todos estarem em seus lugares e terem descontraído, iniciamos com uma atividade na qual os alunos giravam os piões tendo como fundo, para provocar um certo ar de suspense a música tema. Quem tirasse todas as faces diferentes, todas iguais ou duplas, trios e quadras recebiam um prêmio simbólico referente a pontuação. Os alunos jogaram mais de uma vez e se divertiram muito. Uma das colegas de outro grupo do Promat também apareceu e participou da brincadeira. Inclusive foi a única que conseguiu tirar cinco faces iguais.

Figura 62: estagiários e os piões.

Fonte: acervo dos estagiários.

Na sequência relacionamos o quadro do programa de tv ao conteúdo de probabilidade. Exploramos questões nas lâminas nas quais eles tinham que calcular e posteriormente responder quais as chances de se ganhar no jogo, considerando que se poderia obter valores diferentes, conforme a quantidade de faces que estivessem voltadas para cima. Os alunos e os estagiários se divertiram muito e relacionaram o jogo ao conteúdo, isso pode ser percebido quando os alunos fizeram as questões, mencionando que a chance de se obter cinco faces iguais era muito pequena, enquanto sair um par era muito provável e, ficaram indignados com o fato de a outra estagiária, nossa colega, conseguiu aquele resultado

Na sequência distribuímos uma questão do ENEM relacionada à análise combinatória, na qual os alunos conseguiram interpretar os dados e resolveram sem dificuldades. O conteúdo foi formalizado com a turma sem grandes dúvidas a respeito. Utilizando um dado pedimos para calcularem todas as chances de saírem algum valor, também solicitamos para que pensassem em casos distintos, como qual a chance de sair par, ou múltiplo de três. Na sequência entregamos a eles outro dado solicitando para que considerassem e descrevessem todas as combinações de resultados possíveis se jogassem os dois dados. A atividade ocorreu sem problemas, também utilizamos os três piões idênticos para fazer analogia com o conteúdo. No final do encontro pedimos para que fizessem a comparação dos dois temas e tentassem relacioná-los, indicando suas diferenças.

Esta aula, em especial, já havíamos preparado desde o início do Projeto, pois queríamos uma aula bem leve para que os alunos pudessem enxergar a matemática com outros olhos, diferentes dos que já conheciam. Apesar de ser uma aula bem lúdica, não abandonamos o conceito teórico em que era pautada a aula em nenhum momento, e os alunos se sentiram mais abertos para dialogar. Como a aula possuía poucos alunos ela durou um pouco menos que esperávamos. Nos quinze minutos restantes, os quais requisitamos para que os alunos resolvessem as probabilidades dos resultados dos piões.

12.3 MATERIAL UTILIZADO.

QUAIS AS CHANCES EM QUE:

1. ★ Os peões parem todos com a face de um único estagiário?;
2. ★ Quatro peões parem com a face de um único estagiário, e outro pare com uma face distinta?;
3. Três peões parem com face em um único estagiário e os outros dois em outra face distinta?;
4. Três peões parem com face em um único estagiário e as outras duas em faces distintas?;
5. Dois peões parem em uma face comum e os demais em faces distintas?;
6. Os peões formarem duas duplas e um parar em uma face distinta?;
7. ★ Todos os peões parem em faces distintas?.

POSSIBILIDADES

4.4.4.8.8=4096

QUAL A POSSIBILIDADE DE:

1. ★ **Os peões parem todos com a face de um único estagiário?**

4.1.1.1.1=4 chances

$$\frac{4}{4096}.100 = 0{,}09765625\%$$

QUAL A POSSIBILIDADE DE:

7. ★ **Todos os peões parem em faces distintas?**

4.3.2.5.4=480

$$\frac{480}{4096}.100 = 11{,}71875\%$$

QUAL A POSSIBILIDADE DE

2. ★ **Quatro peões parem com a face de um único estagiário, e outro pare com uma face distinta?**

2.4.1.1.1.7+3.4.1.3.1.1=56+36=92 **permutas**

$$\frac{92}{4096}.100 = 2{,}24609375\%$$

PROBABILIDADE

- **A teoria da probabilidade** é o campo da Matemática que estuda experimentos ou fenômenos aleatórios e através dela é possível analisar as chances de um determinado evento ocorrer.
- Quando calculamos a probabilidade, estamos associando um grau de confiança na ocorrência dos resultados possíveis de experimentos, cujos resultados não podem ser determinados antecipadamente. Probabilidade é a medida da chance de algo acontecer.
- Desta forma, o cálculo da probabilidade associa a ocorrência de um resultado a um valor que varia de 0 a 1 e, quanto mais próximo de 1 estiver o resultado, maior é a certeza da sua ocorrência.

EXPERIMENTO ALEATÓRIO

- Um experimento aleatório é aquele que não é possível conhecer qual resultado será encontrado antes de realizá-lo.
- Os acontecimentos deste tipo quando repetidos nas mesmas condições, podem dar resultados diferentes e essa inconstância é atribuída ao acaso.
- Um exemplo de experimento aleatório é jogar um dado não viciado (dado que apresenta uma distribuição homogênea de massa) para o alto. Ao cair, não é possível prever com total certeza qual das 6 faces estará voltada para cima.

FÓRMULA DA PROBABILIDADE

- Em um fenômeno aleatório, as possibilidades de ocorrência de um evento são igualmente prováveis.
- Sendo assim, podemos encontrar a probabilidade de ocorrer um determinado resultado através da divisão entre o número de eventos favoráveis e o número total de resultados possíveis;

FÓRMULA DA PROBABILIDADE

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

- Sendo:
- **P(A)**: probabilidade da ocorrência de um evento A.
  n(A): número de casos favoráveis ou, que nos interessam (evento A).
  n(Ω): número total de casos possíveis.

PRATICANDO...

(ENEM 2021)Eduardo deseja criar um e-mail utilizando um anagrama exclusivamente com as sete letras que compõem o seu nome, antes do símbolo @.

O e-mail terá a forma *******@site.com.br e será de tal modo que as três letras "edu" apareçam sempre juntas e exatamente nessa ordem.

Ele sabe que o e-mail eduardo@site.com.br já foi criado por outro usuário e que qualquer outro agrupamento das letras do seu nome forma um e-mail que ainda não foi cadastrado.

De quantas maneiras Eduardo pode criar um e-mail desejado?

a) 59

b) 60

c) 118

d) 119

e) 120

FATORIAL

- Voltando aos piões, se utilizarmos apenas os que possui apenas os quatro estagiários, lembrando que a ordem difere, quantas possibilidades distintas existem arrumando-os de forma que fiquem cada um com um estagiário distinto na face superior?

FATORIAL

- Voltando aos piões, se utilizarmos apenas os que possui apenas os quatro estagiários, lembrando que a ordem difere, quantas possibilidades distintas existem arrumando-os de forma que fiquem cada um com um estagiário distinto na face superior?

  4.3.2=24

- Thais, Ricardo, Gabriella;
- Thais, Ricardo, Nevir;
- Thais, Gabriella, Ricardo;
- Thais, Gabriella, Nevir;
- Thais, Nevir, Ricardo;
- Thais, Nevir, Gabriella;
- Ricardo, Thais, Gabriella;
- Ricardo, Thais, Nevir;
- Ricardo, Gabriella, Thais;
- Ricardo, Gabriella, Nevir;
- Ricardo, Nevir, Thais;
- Ricardo, Nevir, Gabriella;
- Gabriella, Thais, Ricardo;
- Gabriella, Thais, Nevir;
- Gabriella, Ricardo, Thais;
- Gabriella, Ricardo, Nevir;
- Gabriella, Nevir, Thais;
- Gabriella, Nevir, Ricardo;
- Nevir, Thais, Ricardo;
- Nevir, Thais, Gabriella;
- Nevir, Ricardo, Thais ;
- Nevir, Ricardo, Gabriella;
- Nevir, Gabriella, Thais;
- Nevir, Gabriella, Ricardo;

FATORIAL

- Se existisse mais um pião idêntico, quais seriam as chances?

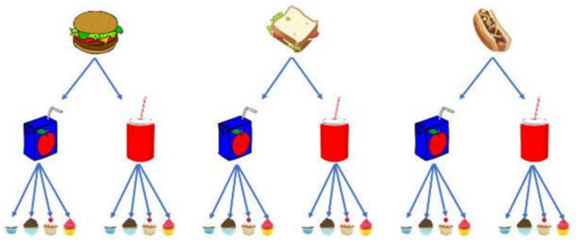
As mesmas, pois só haveria uma única opção possível.

FATORIAL

- Uma turma de 10 alunos farão um sorteio em que cada aluno ganhará um prêmio entre dez distintos. Quantas opções distintas existem para sair os ganhadores?

10.9.8.7.6.5.4.3.2.1= 3.628.800

POSSIBILIDADES PELO PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO



1)Considerando que lançando uma vez um dado comum de seis lados, qual é a probabilidade de:

a) cair um número par?

b) cair um número ímpar?

c) cair um número múltiplo de 2?

d) cair um número múltiplo de 3?

POSSIBILIDADES

1 2 3 4 5 6

1)Considerando que lançando uma vez um dado comum de seis lados, qual é a probabilidade de:

a) cair um número par?

$$50\%\ ou\ \frac{1}{2}$$

1)Considerando que lançando uma vez um dado comum de seis lados, qual é a probabilidade de:

b) cair um número ímpar?

$$50\%\ ou\ \frac{1}{2}$$

1)Considerando que lançando uma vez um dado comum de seis lados, qual é a probabilidade de:

c) cair um número múltiplo de 2?

$$50\%\ ou\ \frac{1}{2}$$

1)Considerando que lançando uma vez um dado comum de seis lados, qual é a probabilidade de:

d) cair um número múltiplo de 3?

$$33{,}33\ldots\%\ ou\ \frac{1}{3}$$

2) Considerando que lançando dois dados de seis lados, qual a probabilidade de:

a) a soma dos dados serem 1?

b) a soma dos dados serem 12?

c) a soma dos dados serem 7?

d) sair o número 6 ao menos uma vez?

e) a soma resultar em um número par?

POSSIBILIDADES

(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

2) Considerando que lançando dois dados de seis lados, qual a probabilidade de:

a) a soma dos dados serem 1?

Nenhuma chance ou 0%

2) Considerando que lançando dois dados de seis lados, qual a probabilidade de:

b) a soma dos dados serem 12?

Uma única vez ou 2,777...%

(6,6).

2) Considerando que lançando dois dados de seis lados, qual a probabilidade de:

c) A soma dos dados serem 7?

Seis vezes ou 16,666...%

(1,6);(6,1);(2,5);(5,2);(3,4);(4,3).

2) Considerando que lançando dois dados de seis lados, qual a probabilidade de:

d) sair o número 6 ao menos uma vez?

11 vezes ou 30,555....%

(1,6);(2,6);(3,6);(4,6);(5,6);(6,1);(6,2);(6,3);(6,4);(6,5);(6,6)

2) Considerando que lançando dois dados de seis lados, qual a probabilidade de:

e) a soma resultar em um número par?

50%

13. ENCONTRO 9.

13.1 PLANO DO ENCONTRO 9 – 03/12/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Estatística.

Objetivo geral: Estimar números por meio de cálculos e análises.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com os conteúdos acima mencionados objetiva-se:

- coletar dados para trabalhar estimativa;
- conceituar espaço amostral;
- definir e diferenciar média, mediana, moda;
- calcular previsões;
- relacionar probabilidade, estatística e análise combinatória.

Conhecimento prévios: Operações básicas.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Lousa; Giz; Urna; Atividades impressas; Multimídia; *Microsoft PowerPoint.*

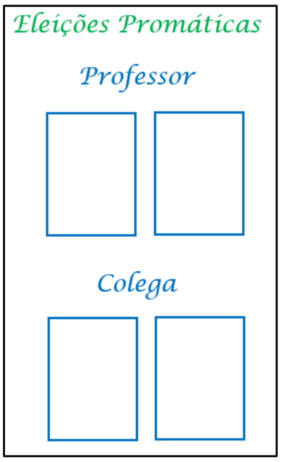
Encaminhamento metodológico:

Retomando o conteúdo de frações da primeira aula, será relembrada a forma fracionária da porcentagem que já foi trabalhada no conteúdo de frações, e na aula anterior, quando se abordou probabilidade. Com isso o ponto inicial da aula será o aprofundamento no conteúdo de porcentagem. Serão projetados problemas simples sobre porcentagem para que os alunos resolvam e será feita a correção dos mesmos com a turma de forma síncrona.

(30 minutos)

Para haver um momento mais descontraído envolvendo o tema, haverá duas atividades para os alunos praticarem. A primeira será uma eleição em que devem escolher qual de seus colegas ou a si próprios é o aluno que mais construiu um laço de amizade durante os encontros, e juntamente com isso, irão eleger qual dos estagiários eles escolheriam para ser seu professor. Caso durante a votação nenhum dos estagiários não atinja metade dos votos haverá uma segunda rodada de votação entre os dois mais votados. A segunda atividade consistirá em uma coleta de dados pessoais deles por meio de um questionário que lhes será entregue.

Figura 63: papel para votação.



Fonte: criação dos estagiários.

Questionário

1) Qual é a sua altura?

2) Qual é a sua cidade?

3) Qual é o último digito de seu telefone?

4) Qual é a sua idade?

5) Qual é sua média de notas em matemática?

6) Quantos encontros você participou no Promat até aqui?

7) Escolha um número de 0 a 9

8) Qual é sua estação favorita do ano?

9) Uma fruta que você odeia

10) Qual é a temperatura ideal do dia para você?

Após este momento será feita a formalização do conteúdo. Neste momento, serão abordados os conceitos de média, mediana, moda, variância e desvio padrão sempre com os estagiários questionando o que cada estudante já sabe sobre o tema.

Após o momento de ensino será feita a exposição dos resultados de maneira percentual. Se o dado for numérico permitindo cálculos serão feitas médias, medianas e modas. Com a projeção dos valores obtidos, e as porcentagens de cada resposta usando a plataforma *Microsoft Excel*. Após este momento será feita a formalização do conteúdo.

(60 minutos)

Os estagiários farão uma breve socialização com os estudantes para relacionar a probabilidade, a estatística e a análise combinatória. Nesse momento serão reforçadas as características que cada uma apresenta diferenciando-as das demais. Se estimulará os alunos que apresentem sugestões de exemplos que se encaixam em cada conteúdo.

(25 minutos)

Serão distribuídos os exercícios descritos a seguir para os alunos resolverem na sequência; daí serão entregues cartões-resposta para serem enviados aos estagiários no grupo de WhatsApp com o final da resolução dos problemas no intuito de avaliar a compreensão dos alunos sobre os temas dos dois encontros e garantir que os mesmos se dispuseram e tem condições de resolvê-los.

1)(ENEM 2011) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização “deve mudar”, no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Tabela 7: dados de vacinação.

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
27 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Fonte: INEP.

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

a) 8%.

b) 9%.

c) 11%.

d) 12%.

e) 22%.

2) (ENEM 2013) Numa escola com 1 200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{5}{8}$

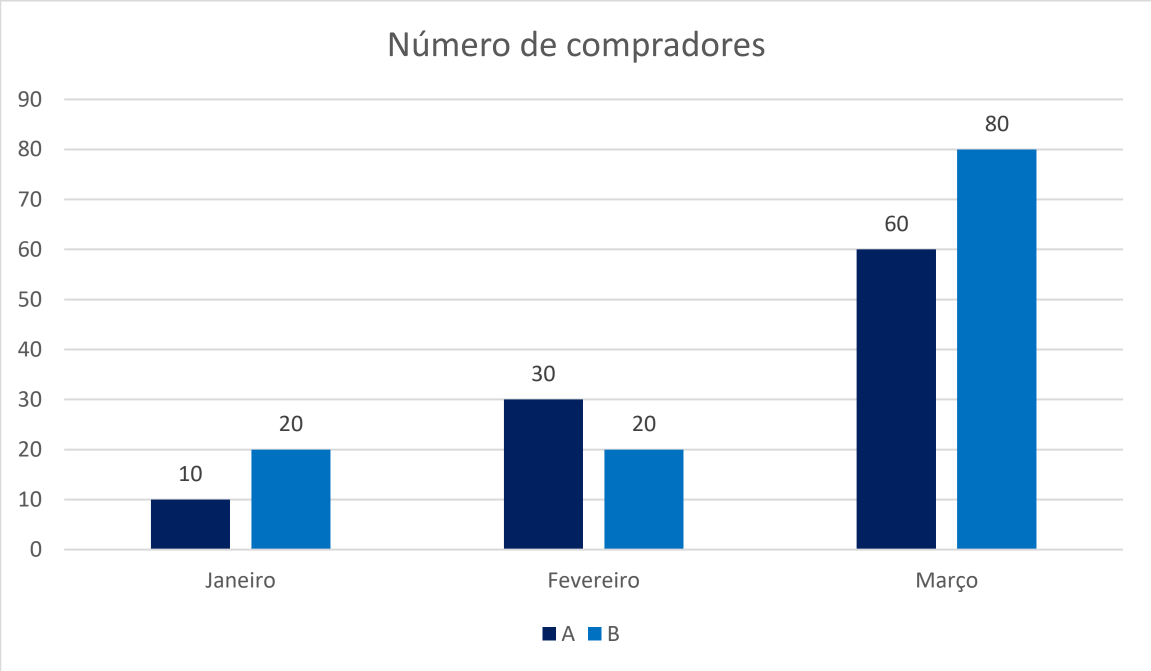
c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{5}{6}$

e) $\frac{5}{14}$

3)(ENEM 2013) Uma loja acompanhou o número de compradores de dois produtos, A e B, durante os meses de janeiro, fevereiro e março de 2012. Com isso, obteve este gráfico:

Gráfico 4: número de compradores.



Fonte: INEP.

A loja sorteará um brinde entre os compradores do produto A e outro brinde entre os compradores do produto B. Qual a probabilidade de que os dois sorteados tenham feito suas compras em fevereiro de 2012?

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{3}{242}$

c) $\frac{5}{22}$

d) $\frac{6}{25}$

e) $\frac{15}{7}$

4)(ENEM 2017) Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Tabela 8: notas dos alunos.

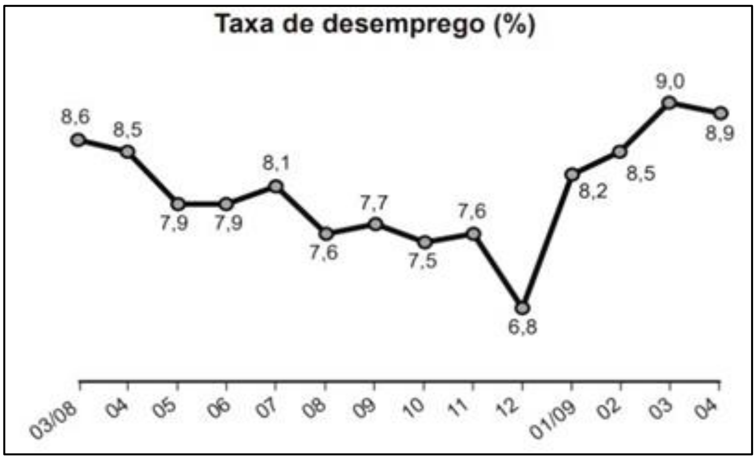
Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Fonte: INEP.

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s) qual(is) aluno(s)?

5)(ENEM 2017) O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.

Figura 64: taxa de desemprego.



Fonte: INEP.

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

a) 8,1%

b) 8,0%

c) 7,9%

d) 7,7%

e) 7,6%

6) (ENEM 2019(adaptada)) O quadro apresenta a relação dos jogadores que fizeram parte da seleção brasileira de voleibol masculino nas Olimpíadas de 2012, em Londres, e suas respectivas alturas, em metro.

Tabela 9: altura dos atletas.

Nome	Altura
Bruninho	1,90
Dante	2,01
Giba	1,92
Leandro Vissoto	2,11
Lucas	2,09
Murilo	1,90
Ricardinho	1,91
Rodrigão	2,05
Serginho	1,84
Sidão	2,03
Thiago Alves	1,94
Wallace	1,98

Fonte: INEP.

Calculem a média, mediana e moda destas medidas.

7) O Senhor Barriga tem 8 casas e vai passar cobrando o aluguel uma por vez. Se apenas seis de seus moradores (de maneira aleatória) irão pagar a dívida no dia, quantas possibilidades de passar entre as casas e receber o aluguel ele possui?

8)(ENEM 2021) Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas. A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

a) $\frac{6!}{4!2!} \times \frac{15!}{10!5!}$

b) $\frac{6!}{4!2!} + \frac{15!}{10!5!}$

c) $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$

d) $\frac{6!}{2!} \times \frac{15!}{5!}$

e) $\frac{21!}{7!14!}$

9) Se eu organizar um naipe de cartas de um baralho comum, que possui 13 cartas mantendo o rei como primeira carta e o às como a última carta quantas combinações possíveis existem

Gabarito:

1) Calculando o total de pessoas que se vacinaram temos

$$T = 42 + 22 + 56 + 30 + 50 = 200$$

Calculando a porcentagem que representa as pessoas portadoras de doenças crônicas temos

$$P = \frac{22}{200} = \frac{11}{100} = 11\%$$

Ou seja, a alternativa correta é a c)

2) Sabendo que dos 1200 alunos 300 não falam nenhum dos idiomas, 900 alunos sabem falar um ou ambos. Se destes 900 alunos, 600 falam inglês, temos que os outros 300 falam espanhol. Mas dos 900 alunos, 500 falam espanhol, temos que 200 falam ambos idiomas.

Como queremos um aluno que não fale inglês e fale espanhol, temos que ele corresponde a um dos 300 alunos.

$$P = \frac{300}{1200} = \frac{1}{4}$$

Portanto a alternativa correta é a c).

3) Calculando a probabilidade do comprador do item A ter comprado em fevereiro teremos

$$\frac{30}{10 + 30 + 60} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

Calculando a probabilidade do comprador do item B ter comprado em fevereiro teremos

$$\frac{20}{20 + 20 + 80} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

Com isso a chance dos dois sorteados terem comprado em fevereiro é dado por

$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$$

Logo, a alternativa correta é a a).

4) Podemos calcular a média de cada um dos alunos para saber qual(is) aluno(s) foi(ram) reprovado(s).

Aluno X: $\frac{5+5+5+10+6}{5} = \frac{31}{5} = 6,2$

Aluno Y: $\frac{4+9+3+9+5}{5} = \frac{30}{5} = 6$

Aluno Z: $\frac{5+5+8+5+6}{5} = \frac{29}{5} = 5,8$

Assim o único aluno que reprovou foi o aluno Z.

5) Alinhando todos os valores em maneira crescente e obtendo os centrais teremos

$$\cancel{6,8\ 7,5\ 7,6\ 7,6\ 7,7\ 7,9}\ 7,9\ \ 8,1\ \cancel{8,2\ 8,5\ 8,5\ 8,6\ 8,9\ 9,0}$$

Assim a mediana é dada pela média destes valores

$$\frac{7,9+8,1}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Portanto d) está correta.

6) Média

$$\frac{1,90+2,01+1,92+2,11+2,09+1,90+1,91+2,05+1,84+2,03+1,94+1,98}{12}$$

$$\frac{23,68}{12} = 1,9733$$

Mediana

$$\cancel{1,84\ 1,90\ 1,90\ 1,91\ 1,92}\ 1,94\ \ 1,98\ \cancel{2,01\ 2,03\ 2,05\ 2,09\ 2,11}$$

$$\frac{1,94+1,98}{2} = \frac{3,92}{2} = 1,96$$

Moda

1,90 tem uma frequência de duas vezes .

7) $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 20160$ possibilidades distintas.

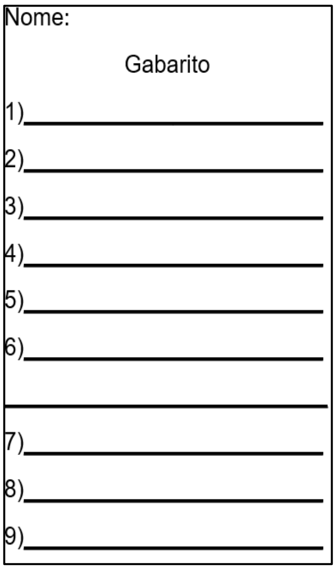
8) a)

9) O valor de combinações possível é dado por

$$(13-2)! = 11!$$

(50 minutos)

Figura 65: cartão-resposta.



Fonte: acervo/criação dos estagiários

Os estagiários farão a correção dos exercícios sempre requisitando que os alunos que desejarem corrigir os problemas expressando suas opiniões estarão livres para irem à lousa. Para finalizar, farão um debate de como é que os encontros do Promat influenciaram e contribuíram para o conhecimento deles.

(45 minutos)

Avaliação:

A proposta avaliativa sobre a compreensão do tema se dará pela análise das resoluções das questões entregues para os alunos e das dúvidas apresentadas.

Referências:

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática,** volume único. São Paulo: Ática, 2005.

PAIVA, Manuel. **Matemática:** volume único. São Paulo: Moderna, 1999. Coleção base.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade:** 8º ano. 6.ed. São Paulo: Atual, 2009.

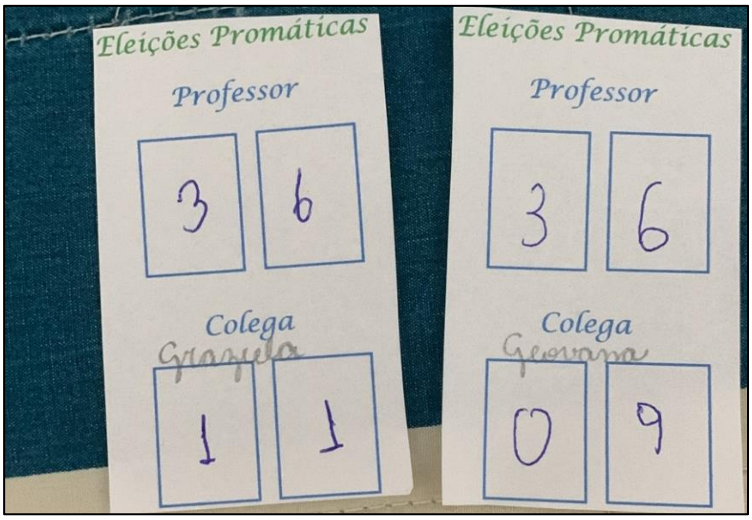
QUESTÕES DO ENEM. INEP, 2020. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 08 nov. 2022.

13.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 9.

Aos três dias do mês de dezembro de 2022, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o nono encontro do Promat, nós, estagiários e, a professora orientadora para iniciarmos a execução nono encontro do Projeto.

A aula neste encontro foi realizada na sala de aula, estando presentes cinco alunos. Iniciamos a aula retomando o conteúdo de frações para relembrarmos o conceito de porcentagem. Realizamos duas atividades durante a aula, uma delas foi uma eleição denominada “eleições promáticas” na qual os alunos tinham que escolher o seu candidato professor e um candidato aluno, sendo que não poderiam votar em si mesmos. Após a votação houve empate entre os candidatos professores, logo realizamos o segundo turno. Antes da votação realizamos um debate entre os candidatos professores, os temas foram sobre o Promat e a condução dos encontros. Também ressaltamos a importância das universidades públicas e da educação. Em relação aos alunos, gostaríamos de saber que eles possuem uma visão na qual sentem que a educação precisa ser valorizada e que o professor merece mais destaque entre as profissões. Ouvindo isto perguntamos se entre os alunos participantes algum gostaria de ser docente, nenhum disse que gostaria, pois, é uma profissão complicada e para a qual não tinham perfil.

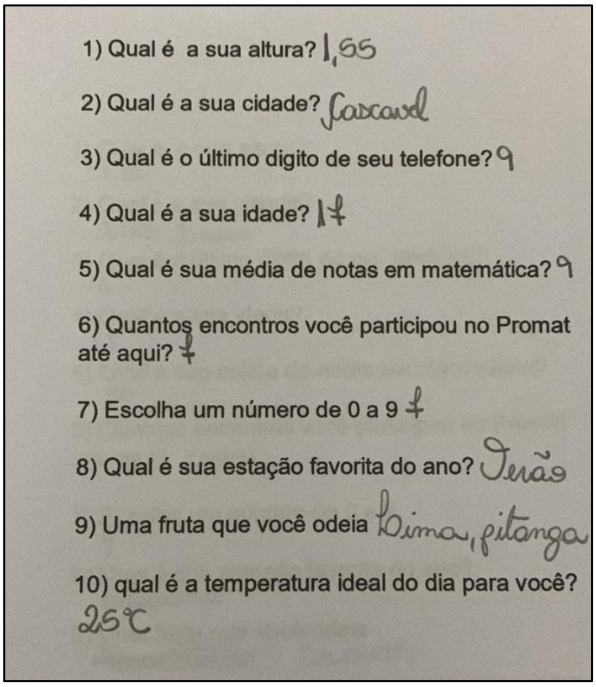
Figura 66: voto dos alunos.



Fonte: acervo dos estagiários.

Além dessa atividade também realizamos uma sobre estatística, com perguntas simples, como: altura, idade, coisas que gosta e assim por diante. Realizamos a apuração das respostas e junto aos alunos reunimos as porcentagens no quadro. Na sequência abordamos os conteúdos de moda, média e mediana dando exemplos básicos e de fácil compreensão, como a sequência “1,2,2,3,4”, todos realizados no quadro em conjunto com os alunos. Eles relataram ter um breve conhecimento a respeito, mas não recordavam com clareza os conceitos abordados. Utilizando as respostas que eles nos entregaram calculamos suas modas, médias, medianas, desvio padrão. Eles observaram que, em caso de respostas não-numéricas, não era possível deduzir medianas, médias e desvio padrão, mas, era possível indicar a moda.

Figura 67: questionário respondido por um dos alunos.



1) Qual é a sua altura? 1,65

2) Qual é a sua cidade? Cascavel

3) Qual é o último digito de seu telefone? 9

4) Qual é a sua idade? 17

5) Qual é sua média de notas em matemática? 9

6) Quantos encontros você participou no Promat até aqui? 7

7) Escolha um número de 0 a 9 7

8) Qual é sua estação favorita do ano? Verão

9) Uma fruta que você odeia Lima, pitanga

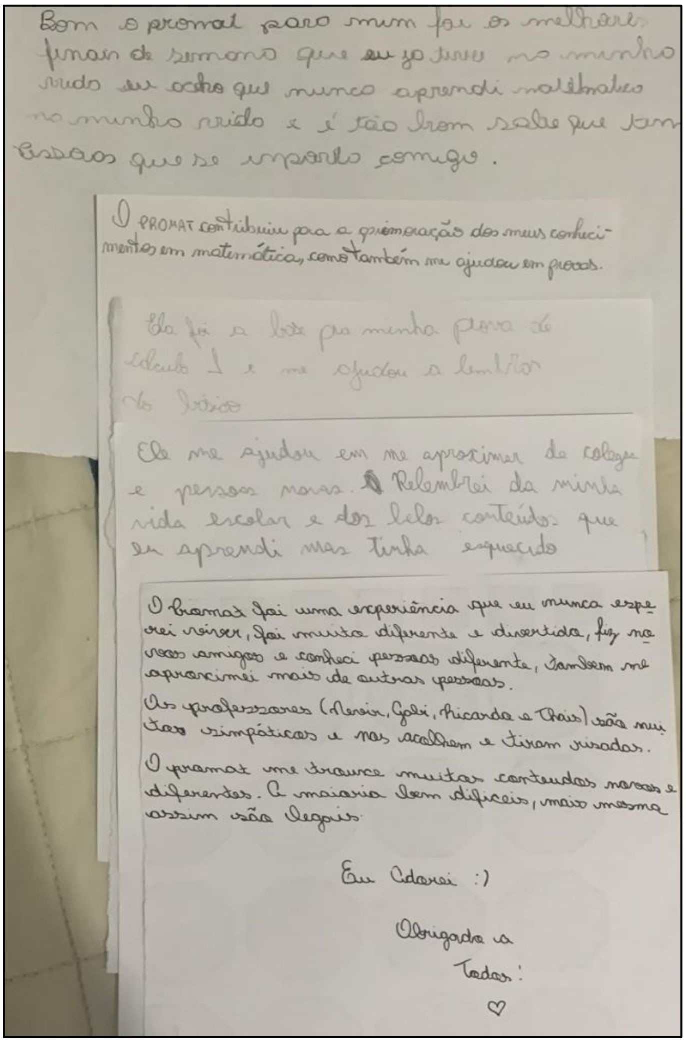
10) qual é a temperatura ideal do dia para você? 25°C

Fonte: acervo dos estagiários.

Nesse encontro foi realizada também uma socialização, relembrando as atividades realizadas nos outros encontros que também tinham relação com a porcentagem, como os de análise combinatória, probabilidade e estatística. Com a nossa explicação eles puderam notar que estes três tópicos se relacionavam na atividade dos piões, realizada na aula anterior. Uma aluna comentou que ,em um certo número de lançamento de dois dados, conseguimos calcular previamente a probabilidade de cada resultado possível, fazer arranjos entre as combinações idênticas, bem como considerar a permuta e, com os lançamentos calcular estimativas como moda e média. Ficamos felizes que conseguiram compreender as relações entre os conteúdos.

Após foram distribuídos exercícios para os alunos para que os resolvessem em sala. Depois da correção foi realizado um painel para que eles dissessem como foram os encontros a seu ver e, como contribuiram para a ampliação do seu conhecimento. Nos sentimos muito felizes com o que escutamos deles, como por exemplo terem se sentidos acolhidos a participar das aulas mencionaram ainda que, raramente, tinham estas oportunidades. No final do encontro os alunos entregaram cartas para os estagiários comentando sua experiência.

Figura 68: cartas dos alunos.


Bom o promat para mim foi os melhores finais de semana que eu ja tive na minha vida eu acho que nunca aprendi matemática na minha vida e é tão bom saber que tem pessoas que se importa comigo.

O PROMAT contribuiu para a primoração dos meus conhecimentos em matemática, como também me ajudou em provas.

Ela foi a base pra minha prova de cálculo I e me ajudou a lembrar do básico

Ele me ajudou em me aproximar de colegas e pessoas novas. Relembrei da minha vida escolar e dos belos conteúdos que eu aprendi mas tinha esquecido

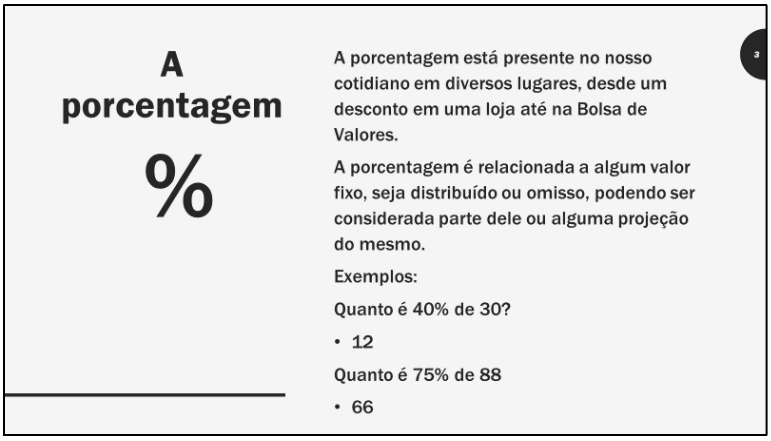
O Promat foi uma experiência que eu nunca esperei viver, foi muito diferente e divertida, fiz novos amigos e conheci pessoas diferente, também me aproximei mais de outras pessoas.
Os professores (Nerein, Gabi, Ricardo e Thais) são muitos simpáticos e nos acolhem e tiram risadas.
O promat me trouxe muitos conteudos novos e diferentes. A maioria bem dificeis, mais mesmo assim são legais.

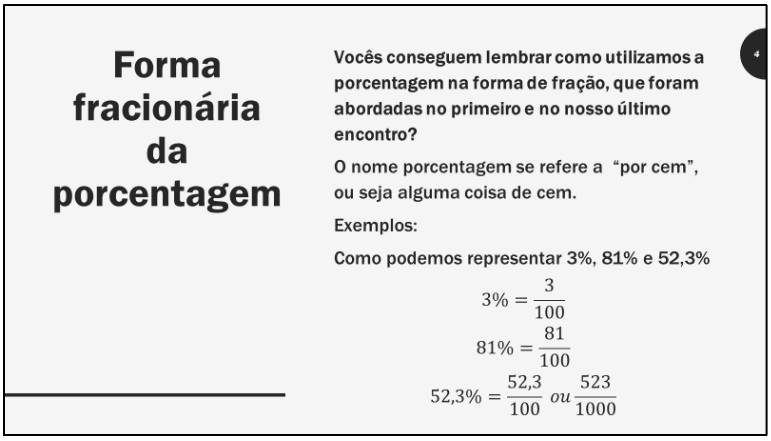
Eu Adorei :)

Obrigada a Todos!

Fonte: criação dos alunos; acervo dos estagiários.

13.3 MATERIAL UTILIZADO.





Regra de três

Valor total → Valor referente

100(%) → x(%)

Valor total . x = Valor referente . 100

Exemplo:

Quanto é 55% de 26

26 . 55 = 100 x

1430 = 100 x

x = 14,30

Exercícios

1) Vou comprar duas caixa de bombons que custam 18 reais cada e um refrigerante que custa 14 reais e ganharei 10% de descontos no total. Quanto terei que pagar?

R: 2.18+14=36+14=50

50-10%=$50-\frac{10}{100}.50=50-\frac{500}{100}=50-5=45$

Exercícios

2) Fiz uma compra que paguei 345 reais, mas descobri que o valor sem descontos era de 23 reais a mais. Fazendo os cálculos descobri que sem desconto eu pagaria quantos porcento a mais?

6,666...%

ESTATÍSTICA

O que é a estatística?

Como uma primeira ideia podemos entender a estatística como sendo um método de estudo de comportamentos coletivos cujas conclusões são traduzidas em resultados numéricos.

A **Estatística** é uma ciência que oferece uma coleção de métodos para planejar experimentos e levantamentos para obter dados, organizar, resumir, analisar, interpretar dados e deles extrair conhecimento.

9

Tópicos de estatística

- **Universo estatístico ou população estatística**

É o conjunto formado por todos os elementos que possam fornecer dados pertinentes ao assunto em questão.

Exemplo: Todos da sala de aula

- **Amostra**

Pode ser considerada parte ou um subconjunto de um universo estatístico.

Exemplo: Apenas os estagiários

10

Tópicos de estatística

- **Rol**

É toda sequência dos dados numéricos de uma forma em que possui uma ordem crescente ou decrescente dos valores obtidos.

Exemplos: (8,8,7,6,6,3,1,0) ou (0,1,3,6,6,7,8,8)

- **Classes**

É qualquer intervalo que contenha um rol de uma amostra.

Exemplo: 1) $x>6$; 2) $x=6$; 3) $x<6$

Classe 1={8,8,7} Classe 2={6,6} Classe 3={3,1,0}

11

Tópicos de estatística

- **Frequência**

É a quantidade de elementos de uma amostra que pertence a determinada classe.

Exemplo: No exemplo anterior

Classe	Frequência
1	3
2	2
3	3

12

13

RESPONDA O QUESTIONÁRIO

14

MÉDIA

15

Existe duas médias?

Na verdade sim, dependendo do que necessitamos existem dois tipos de médias a <u>média aritmética</u> e a <u>média aritmética ponderada</u>

- Mas se são duas médias aritméticas elas não são iguais?

A média aritmética é a razão exata da soma dos termos dividido pela quantidade dos mesmos.

A média aritmética ponderada ocorre quando necessita de uma igualdade de valores que podem ocorrer frequências diferentes de um.

Portanto a média em teoria é a mesma.

16

Exemplos

- Se em quatro provas eu tirei 7, 6, 9 e 5 qual será minha média?

$$\frac{7+6+9+5}{4} = \frac{27}{4} = 6{,}75$$

- Qual é a média do meu ganho em apostas se ganhei 40, 60 e 95 reais e perdi 30 e 70 reais?

$$\frac{40+60+95+30+70}{5} = \frac{95}{5} = 19\ reais$$

Exemplos

- Em uma turma dois alunos tiraram 10, seis alunos tiram 8, cinco alunos tiraram 7, dois alunos tiraram 6 e um aluno tirou 5 em uma prova. Qual foi a média da turma?

$$\frac{2.10 + 6.8 + 5.7 + 2.6 + 1.5}{2 + 6 + 5 + 2 + 1} = \frac{20 + 48 + 35 + 12 + 5}{16} = \frac{120}{16} = 7,5$$

17

MEDIANA

18

Mediana não é igual a média?

Não, em alguns casos pode ser que cheguem ao mesmo resultado, mas a mediana consiste em agrupar os termos em um rol decrescente e sempre desconsiderar todos os extremos. No final restará apenas um ou dois valores, e assim a mediana será obtida de modo que:

- Se o termo for único ele é a mediana;
- Se existirem dois termos, a mediana será sua média.

19

MODA

20

O que é moda?

A moda consiste no termo que possui maior número de frequência em uma amostra. A moda pode não ser necessariamente única, mas para existir nem todos os elementos devem possuir mesma frequência.

21

Exemplos

- Se em quatro provas eu tirei 7, 6, 9 e 5 qual será minha moda?

5,6,7,9

Só existe uma frequência =1. Logo não há moda.

- Em uma turma dois alunos tiraram 10, seis alunos tiram 8, cinco alunos tiraram 7, dois alunos tiraram 6 e um aluno tirou 5 em uma prova. Qual foi a moda da turma?

5 6,6 7,7,7,7,7 8,8,8,8,8,8 10,10

A maior frequência foi 6, e o valor foi 8, logo a moda é 8.

22

VARIÂNCIA

23

O que é variância?

A variância pode ser compreendida sendo a soma de todas as distância individual de cada valor até a média em um teor quadrático dividida pela quantidade de termos existentes. Ou seja é o afastamento das medidas em relação a média.

V=Valor

M=Média

N= quantia de termos

$$\frac{(V_1 - M)^2 + (V_2 - M)^2 + \cdots}{N}$$

24

Exemplo

- Se em quatro provas eu tirei 7, 6, 9 e 5 qual será a variância dos valores?

$$\frac{(7-6{,}75)^2+(6-6{,}75)^2+(9-6{,}75)^2+(5-6{,}75)^2}{4}$$

$$\frac{(0{,}25)^2+(-0{,}75)^2+(2{,}25)^2+(-1{,}75)^2}{4}$$

$$\frac{8{,}75}{4}=2{,}1875$$

DESVIO PADRÃO

O que é desvio padrão

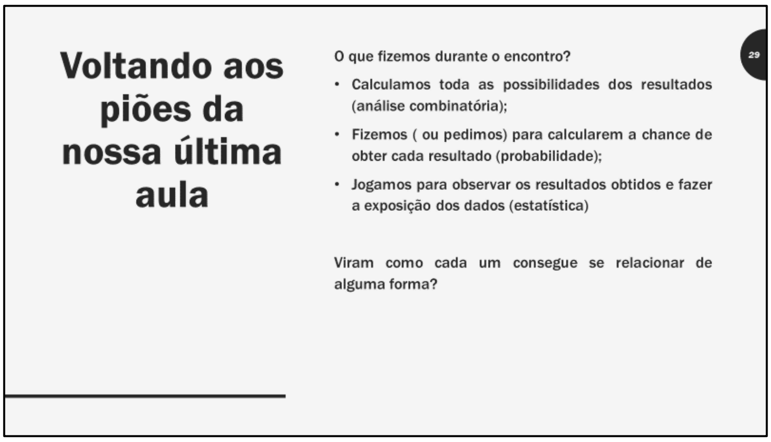
A variância representa um resultado num espaço bidimensional, ou seja R^2, e o desvio padrão surge como um cálculo para ajustar a variância. Com isso o desvio padrão é obtido através da raiz quadrada da variância.

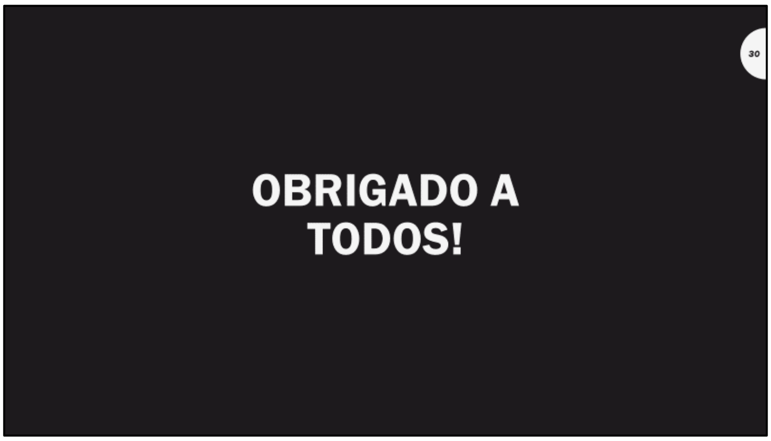
No exemplo anterior, o desvio padrão é

D=$\sqrt{2{,}1875} \cong 1{,}48$

ANÁLISE, PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

O que cada uma tem que conseguimos as entrelaçar?


29
Voltando aos piões da nossa última aula
O que fizemos durante o encontro?
• Calculamos toda as possibilidades dos resultados (análise combinatória);
• Fizemos (ou pedimos) para calcularem a chance de obter cada resultado (probabilidade);
• Jogamos para observar os resultados obtidos e fazer a exposição dos dados (estatística)
Viram como cada um consegue se relacionar de alguma forma?


30
OBRIGADO A TODOS!

14. ENCONTRO 10.

14.1 PLANO DO ENCONTRO 10 – 10/12/2022.

Público-alvo: Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Paraná.

Conteúdo: Oficinas lúdicas.

Objetivo geral: Explorar a matemática por meio de jogos, problemas e atividades.

Objetivos específicos: Ao trabalhar com a aula lúdica objetiva-se:

- Perceber que a matemática não é só abstração;
- Introduzir jogos relacionados a conteúdo anteriormente trabalhados;
- Estimular o enriquecimento do pensamento matemático;
- Sintetizar o ideal de cada proposta de atividade.

Conhecimento prévios: Conteúdos já explorados no Promat.

Tempo de execução: 3 horas e 20 minutos.

Recursos didáticos: Basquete com expressões; Torre de Hanói; Tangram; Bolinhas de gude; Ampulheta; Caneta; Peças; Clips; Cédulas; Material dourado; Recipiente com água; Blocos lógicos; Sudoku; Estrela 26.

Encaminhamento metodológico:

Como já foi discutido anteriormente entre os grupos do Promat, o último encontro ocorrerá com a união dos alunos das três turmas. Neste dia ocorrerão atividades práticas para os alunos resolverem em grupos de cinco estudantes. Elas consistirão em seis oficinas distintas espalhadas por uma quadra de esportes da Unioeste.

As atividades escolhidas para serem realizadas no encontro serão:

- Torre de Hanói: os grupos devem mover em ordem decrescente todas as peças do jogo para outra estaca, sendo que nunca uma peça maior esteja acima de uma menor. A atividade será feita em três rodadas distintas com três, quatro e cinco peças respectivamente. O grupo que realizar esta atividade mais rapidamente vence.

- Figuras com tangram: Será pedido para que os grupos formem certas figuras com o tangram através da exposição de sombra das mesmas. O grupo que conseguir o maior número de acertos e o mais rapidamente será o vencedor.

- Basquete de expressões: Teremos duas bolas de basquete no centro da quadra, um membro de cada equipe deve pegar a bola e quicar em direção a cesta e arremessar, assim que o arremesso for convertido, a equipe do jogador que acertou poderá começar resolver uma das expressões. Vence a equipe que terminar de resolver a expressão primeiro, marcando um ponto. A atividade ocorrerá em quatro rodadas, caso houver empate, será feita uma rodada desempate.

- Estimando: A atividade ocorrerá com seis segmentos, e em todos eles os grupos devem tentar acertar ou aproximar alguma medida. Dentre as estimativas a serem feitas estão:
  1. O tempo de uma ampulheta;
  2. O volume de uma garrafa que será enchida com água;
  3. O número de peças do material dourado dentro de uma caixa;
  4. Qual é o peso idêntico do dado em relação aos grupos de blocos;
  5. A soma de um montante de cédulas;
  6. A altura de uma caneta em pé com tampa;
  7. O número de clips em uma tampa;
  8. A quantidade de peças montáveis em um pote;
  9. O número de bolinhas de gude em um pote.

  O grupo que obtiver maior precisão nas nove atividades será o vencedor.

- Estrela 26 e Sudoku: Os grupos devem completar a estrela de modo que a soma dê 26 em cada linha. O Sudoku é necessário que em cada uma das linhas, das colunas e dos quadrados três por três preenchidos existam um número de um a nove distinto em cada quadrado.

  Cada atividade terá o tempo de 20 minutos para ser realizada, e serão distribuídas as seguintes pontuações de acordo com a classificação dos grupos em cada oficina:

1º- cinco pontos

2º- quatro pontos

3°- três pontos

4°- dois pontos

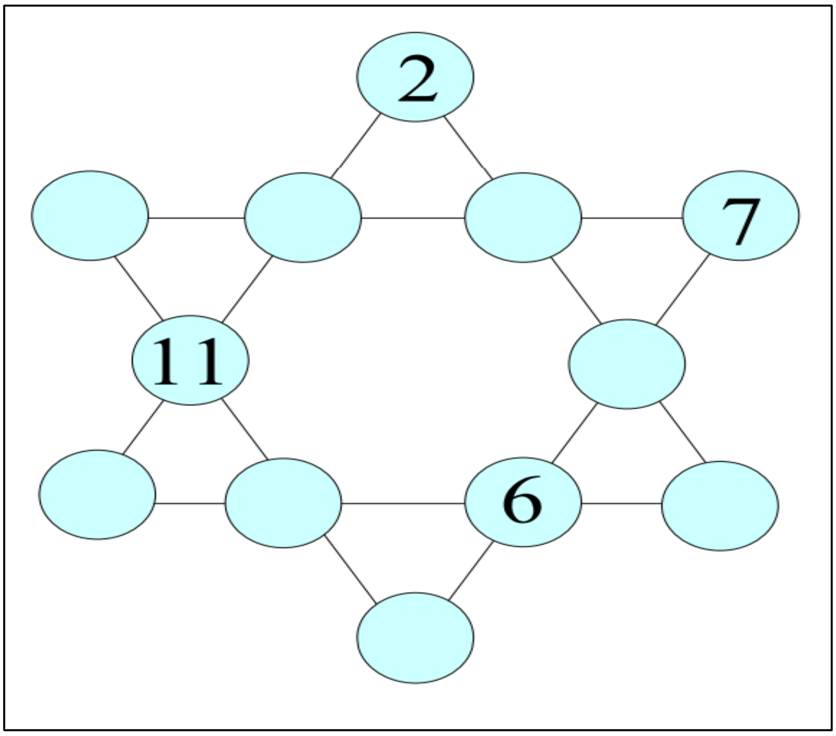
5°- um ponto

No final o grupo que obtiver a maior pontuação geral será o vencedor da primeira etapa da gincana, e como bônus estará na final da oficina final, enquanto os demais grupos se enfrentarão para conquistarem a outra vaga.

- Torta na cara: Serão feitas diversas perguntas relacionadas à matemática para dois grupos distintos. Cada resposta correta faz com que um membro da equipe dê uma “tortada” na cara do membro da equipe adversária. Caso ele erre ou não saiba a resposta, ele será quem levará a tortada. O grupo que conseguir obter maior número de acertos será o vencedor.

O grupo vencedor na final do torta na cara será o vencedor da gincana.

Figura 69: estrela 26.



Fonte: Jogos no Ensino Médio - Departamento de Matemática - Unesp - Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - Campus de São José do Rio Preto.

Tabela 10: sudoku.

4	9	7	1	3	8	6	5	2
2	6	3	9	5	4	8	7	1
8	5	1	7	2	6	3	9	4
3	1	9	4	6	7	5	2	8
7	2	6	8	1	5	9	4	3
5	8	4	2	9	3	7	1	6
1	3	5	6	7	2	4	8	9
9	7	8	3	4	1	2	6	5
6	4	2	5	8	9	1	3	7

Fonte: criação dos estagiários.

Figura 70: objetos para estimativa.

Fonte: acervo dos estagiários.

Avaliação: A avaliação será realizada a partir da participação dos alunos na gincana, e também será avaliada a noção de estatística e raciocínio lógico que cada grupo desenvolveu. Por cada grupo possuir alunos de distintas salas os grupos de estagiários se comunicarão como avaliaram os alunos.

Referência:

UNESP. Estrela 26 https://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/jogos-no-ensino-de-matematica/ensino-medio/. Acesso: 09 dez. 2022.

14.2 RELATÓRIO DO ENCONTRO 10.

Aos dez dias do mês de dezembro, nos reunimos nas dependências da Unioeste, para o décimo encontro do Promat, nós, estagiários e, a professora orientadora para iniciarmos a execução do décimo e último encontro do Projeto.

A aula desse encontro foi realizada no ginásio da Instituição e contou com quatro alunos da nossa turma, possuindo vinte participantes no total. Estes foram divididos em cinco grupos de quatro alunos. Cada aluno recebeu uma fita para colocar no braço indicando por sua cor a qual grupo ele pertenceria. Na sequência foi explicado como funcionaria a dinâmica para todos, mostrando que cada atividade teria um tempo de vinte minutos para ser completada. Como nosso grupo ficou responsável por duas oficinas da dinâmica, sendo estas o Sudoku e Estrela 26 juntamente com o Estimando, nos dividimos para que a gincana começasse.

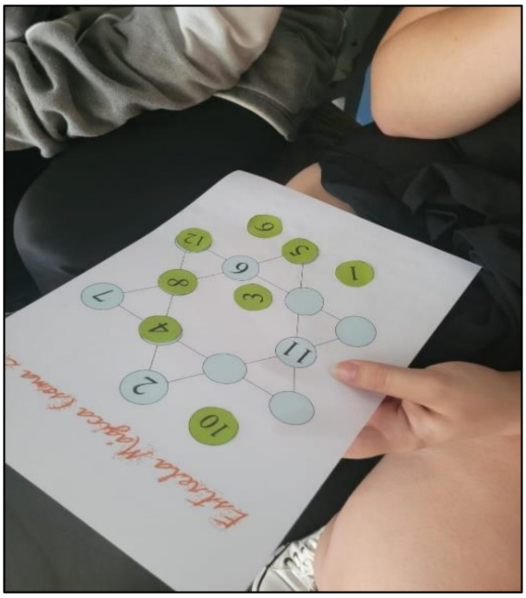
Na oficina do Sudoku e Estrela 26 percebemos que os alunos tinham certa dificuldade em se dividirem entre as atividades. Conforme foi percebido quatro dos cinco grupos focaram com todos os membros no Sudoku para atingir em uma resolução, mas acabaram deixando a Estrela 26 em segundo plano. Embora soubessem que ambas as atividades teriam a mesma pontuação para o placar, isso foi determinante para a classificação dos grupos na oficina. Pelo que foi relatado dos grupos eles não conseguiam estabelecer uma lógica coletiva para chegar em um resultado, cada elemento do grupo tinha um pensamento diferente, o que atrapalhava a comunicação e a obtenção deum resultado final.

Figura 71: realização do Sudoku.

Fonte: acervo dos estagiários.

Quando os alunos começaram a realizar a Estrela 26 faltavam poucos minutos para completá-la e alguns acabavam sem finalizar ambas as atividades, pois o Sudoku era um pouco complicado. Porém eles disseram que a segunda atividade era bem mais fácil. O grupo que conseguiu se dividir melhor na resolução das atividades conseguiu finalizar a Estrela 26 e quase completou o Sudoku, sendo este o que mais pontuou na atividade. Após finalizarem e mostrarem os resultados foi notável que quanto mais organizado um grupo fosse na hora de se dividir, melhor era a pontuação.

Figura 72: realização da Estrela 26.



Fonte: acervo dos estagiários.

Na oficina da atividade Estimando percebemos que muitos alunos não conseguiram abandonar a contagem e a utilizarem sua noção de estimativa. Como deixamos o dinheiro sendo o único para que pudessem contar as cédulas com valores distintos, geralmente era a atividade em que os grupos iniciavam. Porém diferentemente da outra oficina do nosso grupo, nesta eles conseguiram se organizar e se dividir para cada um conseguir estimar o valor de algo.

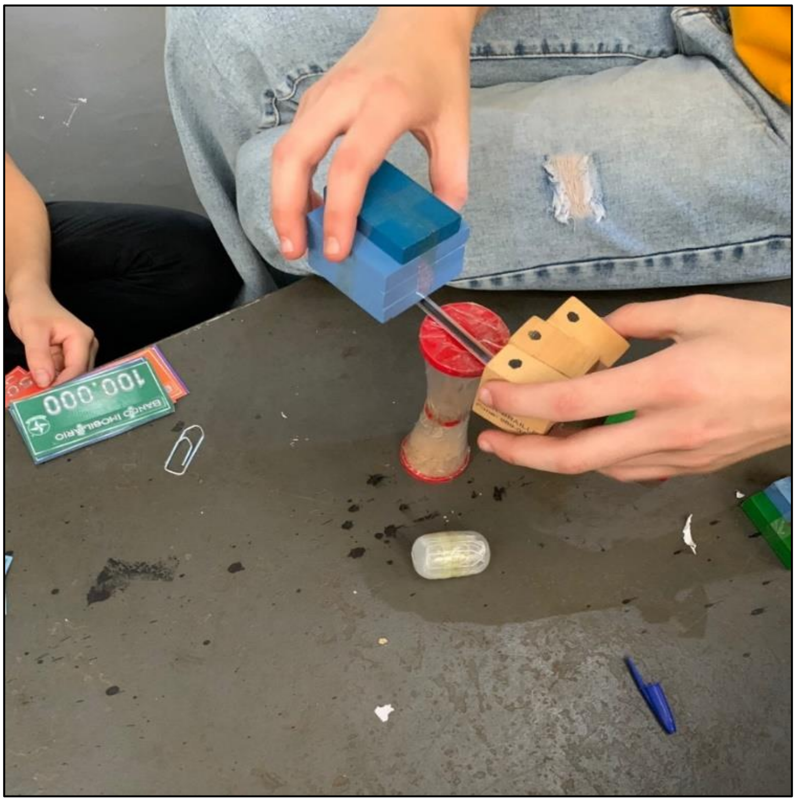
Dentre as atividades da oficina algumas tiveram um resultado muito satisfatório e surpreendente, já outras um resultado questionável. A atividade das pecinhas no pote nos surpreendeu positivamente, nela todos os grupos chegaram a um valor aproximado, com uma margem de erro de vinte peças. O dinheiro também foi uma atividade na qual os grupos se deram bem, com apenas um grupo errando a contagem. Percebemos que os alunos possuem uma certa noção de tempo com a atividade da ampulheta, os grupos chegaram a um valor aproximado de qual era o tempo necessário para se esvaziar um dos vasos da ampulheta. A atividade de comparação do peso mostrou que apesar da diferença ser mínima eles conseguiam estimar qual dos blocos possuía o mesmo peso da peça. Logo, com tantos resultados agradáveis ficamos satisfeitos com as respostas e com o envolvimento.

A maioria das atividades no geral obtiveram uma competição difícil entre os grupos, com respostas muito favoráveis para que a competição ficasse acirrada na gincana. Como houve equívocos em algumas atividades, isso foi determinante para que a classificação se formasse. A atividade da caneta era, na nossa opinião a mais simples, consistia em ter noção de medidas. Apenas um grupo conseguiu acertar o valor correto enquanto alguns grupos tiveram como resposta final um valor muito distante do correto. A atividade da água também teve um resultado bem abaixo do qual esperávamos, todos os grupos erraram o valor correto, não conseguindo estimar qual era a medição do litro. A atividade dos clips também apresentou alguns equívocos, os alunos não demonstraram possuir noção de espaço, pois não acreditavam que na tampa caberiam muitos clips.

Figura 73: execução da atividade de estimativa.

Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 74: aluno comparando pesos



Fonte: acervo dos estagiários.

Figura 75: aluno contabilizando cédulas

Fonte: acervo dos estagiários.

Com o finalizar de todas as cinco dinâmicas propostas, foi anunciado a classificação de cada equipe, e conforme já combinado anteriormente, a equipe que liderasse, estava na final da gincana. As demais teriam que se eliminar para que o segundo grupo finalista fosse classificado; para isso foi iniciada a dinâmica o torta na cara, que era a atividade final da gincana. Como o grupo azul ficou em primeiro lugar na classificação das atividades, já era finalista, enquanto os grupos marrom, rosa, vermelho e laranja se enfrentariam em duelos, nos quais os perdedores eram eliminados. A equipe marrom conseguiu chegar na final, e ela era a segunda colocada na classificação das atividades anteriores e com isso houve embate dos dois primeiros colocados da classificação. Sem dificuldades a equipe azul acertou todas as questões e se sagraram campeões da gincana. Ela foi finalizada às onze e cinco da manhã.

Após o final da gincana os recepcionamos no LEM onde ocorreria o lanche e a finalização do Projeto. Escutamos os depoimentos dos alunos da nossa turma e das demais. Ouvimos que eles gostariam de participar em outra oportunidade do Promat, e que acabaram se apegando com os estagiários pela maneira calma que ensinaram a matemática. Sentimos que nosso propósito foi cumprido com sucesso, apesar de que a maioria da nossa turma não possuiu uma boa frequência nos encontros devido aos problemas com o transporte.

Conversando entre nós, percebemos que o Projeto foi uma ótima oportunidade de trabalharmos juntos e que o conhecimento de um contribuiu para melhorar o próprio. Além disso sentimos que houve harmonia nas nossas aulas e que conseguimos ter sintonia nos pensamentos entre os integrantes do grupo para propor e executar atividades.

15. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a finalização do Promat, percebemos sua importância para a nossa formação profissional, sendo uma maneira de planejar e aplicar metodologias e atividades propostas durante o curso, sendo também uma maneira de aprimorar a prática docente dos acadêmicos, nos ajudando a perceber e concertar erros cometidos para que, a cada encontro, fosse possível realizar uma evolução.

Durante o Estágio Supervisionado I, foi possível analisar outros aspectos da prática docente, planejamento das aulas, organização de tempo e a importância de criar uma relação de confiança entre docente e alunos, todos esses aspectos são necessários para que a aula possa fluir de maneira produtiva.

Por fim, devemos ressaltar a importância do compartilhamento de opiniões dos alunos durante os encontros e os relatos de experiências expressos pelos acadêmicos e orientadores, o que nos ajudou a perceber pontos que contribuíram para desenvolver aulas melhores a cada semana.